

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA  
DE INFRA-ESTRUTURA E GERÊNCIA VIÁRIA COM ÊNFASE EM  
TRANSPORTE E LOGÍSTICA

JOÃO FERNANDO MONTEIRO CAMPOS

**REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O  
TEMPO DE RESSUPRIMENTO**

FLORIANÓPOLIS  
2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA  
DE INFRA-ESTRUTURA E GERÊNCIA VIÁRIA COM ÊNFASE EM  
TRANSPORTE E LOGÍSTICA

JOÃO FERNANDO MONTEIRO CAMPOS

**REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O  
TEMPO DE RESSUPRIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre Profissional em Engenharia Civil na área de Infra-estrutura e Gerência Viária com ênfase em Transportes e Logística.

Orientadora: Miriam Buss Gonçalves

FLORIANÓPOLIS  
2008

JOÃO FERNANDO MONTEIRO CAMPOS

REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO  
DE RESSUPRIMENTO

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre Profissional em Engenharia Civil na Área de Infra-estrutura e Gerência Viária com Ênfase em Transporte e Logística e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

---

Prof. Glicério Trichês, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil

Banca Examinadora:

---

Prof.<sup>a</sup>. Miriam Buss Gonçalves, Dra.  
Orientadora/UFSC

---

Prof. Jucilei Cordini, Dr.  
UFSC

---

Prof. Sérgio Mayerle, Dr.  
UFSC

---

Prof. Orlando Fontes Lima Junior, Dr.  
UNICAMP

## Ficha Catalográfica

CAMPOS, J. F.

Revisão do cálculo da variabilidade da demanda durante o tempo de ressuprimento. Florianópolis, UFSC, 2008.

xii, 64 p.

Dissertação: Curso de Mestrado Profissional em Engenharia Civil na Área de Infra-estrutura e Gerência Viária com Ênfase em Transporte e Logística

Orientadora: Miriam Buss Gonçalves

1. Gestão de estoque 2. Desvio Padrão da Demanda Durante o Tempo de Ressuprimento 3. Estoque de segurança

I. Universidade Federal de Santa Catarina

II. Título

O saber promove pelo menos dois momentos de profunda alegria, quando você o adquire e quando você o distribui.

## AGRADECIMENTOS

À minha esposa Aparecida pela sua paciência e compreensão pelo tempo de dedicação que lhe foi roubado.

À Professora Miriam Buss Gonçalves, pelo incentivo e confiança a todo momento, energia que ativa e mantém a chama acesa.

Ao Professor Walter Zinn, pelo seu apoio e suas importantes recomendações bibliográficas.

À Professora Eunice Passaglia pelo empenho em garantir a realização deste curso.

Ao Professores da Universidade Federal de Santa Catarina, pela disponibilidade e dedicação demonstradas ao longo de todo o curso.

Aos colegas do curso.

Aos colegas da Petrobras Carlos Guimarães Martins, Ângelo Antônio de Miranda Freitas e Thomas de Campos Tsuchida pelas discussões frutíferas durante o desenvolvimento dos trabalhos.

À Universidade Federal de Santa Catarina, pela oportunidade de realização deste mestrado.

À Petrobras por ter viabilizado a participação neste curso e o ter financiado, em particular ao coordenador Antonio Jose Vollu Aragon pelos seus esforços particulares na condução do curso.

E a todos aqueles que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	ix
LISTA DE EQUAÇÕES .....	x
RESUMO .....	xi
ABSTRACT .....	xii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. PROBLEMA E JUSTIFICATIVA.....	1
1.2. OBJETIVO.....	2
1.3. METODOLOGIA E ESTRUTURA DO TRABALHO.....	3
2. REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO CONSTANTE..	6
2.1. APLICAÇÃO .....	6
2.2. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – INTEIRO .....	7
2.3. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – REAL E MENOR QUE 1 .....	9
2.4. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – REAL E MAIOR QUE 1.....	10
2.5. COMPARAÇÃO ENTRE A FORMULAÇÃO TRADICIONAL E A NOVA FORMULAÇÃO .....	13
3. DEMONSTRAÇÃO DA FORMULAÇÃO ATUAL PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO .....	15
3.1. APLICAÇÃO .....	15
3.2. PRIMEIRAS INDICAÇÕES .....	16
3.3. DEMONSTRAÇÃO – PRIMEIRA ABORDAGEM.....	17
3.4. DEMONSTRAÇÃO – SEGUNDA ABORDAGEM.....	19
3.5. ANÁLISE DA FORMULAÇÃO DE BROWN.....	21
3.5.1. Resumo das Hipóteses de Validade.....	21
3.5.2. Análise Dimensional.....	22
3.6. FORMULAÇÃO DO PRODUTO .....	23
3.6.1. Apresentação da formulação do produto .....	23
3.7. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS .....	24
3.7.1. Formulação de Brown .....	24
3.7.2. Formulação do produto.....	25
3.7.3. Natureza das distribuições envolvidas e estoque de segurança.....	25
4. NOVA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO .....	27
4.1. LIMITAÇÕES DA FORMULAÇÃO ATUAL .....	27
4.2. NOVA DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME.....	27
4.3. ESPERANÇA DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME – MÉDIA ...	29
4.4. DESVIO-PADRÃO DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME .....	29

4.4. CÁLCULO DA MAJORAÇÃO ALFA .....	31
4.4.1 Definição da Majoração Alfa para Tempo de Ressuprimento Aleatório .....	31
4.4.2 Estudo do Fator Alfa ( $F_\alpha$ ) .....	32
4.4.3 Maiores valores para a Majoração Alfa .....	33
5. SIMULADOR .....	38
5.1. GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS .....	38
5.2. DEMANDA DURANTE O LEAD TIME .....	40
5.2.1 PONTO DO PEDIDO .....	40
5.2.2 REVISÃO PERIÓDICA .....	43
6. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A FORMULAÇÃO PROPOSTA E A FORMULAÇÃO TRADICIONAL – EXEMPLOS .....	46
6.1. SÉRIES ALEATÓRIAS .....	46
6.2. PONTO DO PEDIDO .....	48
6.2. REVISÃO PERIÓDICA .....	50
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	52
7.1. CONCLUSÕES .....	52
7.2. RECOMENDAÇÕES .....	53
7.2.1 Hipótese de Uniformidade .....	53
7.2.2 Distribuição da Demanda Durante o Tempo de Ressuprimento .....	53
7.2.3 Hipótese de Independência .....	54
REFERÊNCIAS .....	55
Apêndice A. SIMULAÇÕES .....	58
A.1. MÉDIAS DAS DEMANDAS .....	58
A.2. DESVIOS-PADRÃO DA DEMANDA .....	58
A.3. MÉDIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO .....	59
A.4. DESVIOS-PADRÃO DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO .....	59
A.5. MÉDIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA .....	60
A.6. DESVIOS-PADRÃO DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA .....	60
A.7. MÉDIAS DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO .....	61
A.8. DESVIOS-PADRÃO DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO .....	61
A.9. MÉDIAS DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA .....	62
A.10. DESVIOS-PADRÃO DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA .....	62
A.11. MÉDIAS DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – PONTO DO PEDIDO .....	63
A.12. DESVIOS-PADRÃO DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – PONTO DO PEDIDO .....	63
A.13. MÉDIAS DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – REVISÃO PERIÓDICA .....	64
A.14. DESVIOS-PADRÃO DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – REVISÃO PERIÓDICA .....	64



## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1 – Diagrama da pesquisa bibliográfica – Parte 1 .....	3
Fig. 2 – Diagrama da pesquisa bibliográfica – Parte 2 .....	3
Fig. 3 – Majoração alfa – Lead time constante.....	14
Fig. 4 – Majoração alfa – Lead time constante - Detalhe.....	14
Fig. 5 – Resumo das hipóteses de validade da formulação de Brown.....	22
Fig. 6 – Maiores valores da majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório.....	35
Fig. 7 – Maiores valores da majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório –Detalhe 1 .....	35
Fig. 8 – Maiores valores da majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório –Detalhe 2 .....	36
Fig. 9 – Iso-majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório .....	36
Fig. 10 – Iso-majoração alfa – Lead time aleatório – Detalhe .....	37
Fig. 11 – Histograma gerado pelo Excel – Distribuição normal .....	39
Fig. 12 – Histograma gerado pelo Excel – Distribuição de Poisson .....	39
Fig. 13 – Variação de estoque – Ponto do pedido – $L < T$ .....	41
Fig. 14 – Variação de estoque – Ponto do pedido – $L > T$ .....	41
Fig. 15 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiros três termos da série aleatória de demandas .....	42
Fig. 16 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiros três termos da série aleatória de <i>lead times</i> .....	42
Fig. 17 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiras três semanas da simulação .....	42
Fig. 18 – Variação de estoque – Revisão periódica – $L < T$ .....	43
Fig. 19 – Variação de estoque – Revisão periódica – $L > T$ .....	43
Fig. 20 – Simulador – Revisão periódica – Primeiros três termos da série aleatória de demandas .....	45
Fig. 21 – Simulador – Revisão periódica – Primeiros três termos da série aleatória de <i>lead times</i> .....	45
Fig. 22 – Simulador – Revisão periódica – Primeiras três semanas da simulação.....	45
Fig. 23 – Série de <i>lead times</i> – Referência .....	46
Fig. 24 – Coeficientes de variação das demandas – Referência.....	46
Fig. 25 – Desvios-padrão das demandas – Referência .....	47
Fig. 26 – Denominação das demandas – Referência .....	47
Fig. 27 – Composição dos exemplos – Referência.....	47
Fig. 28 – Resultados da simulação – Ponto do pedido .....	49
Fig. 29 – Resultados da simulação – Revisão periódica .....	50

## LISTA DE EQUAÇÕES

Eq. 1 – Estoque de segurança .....	1
Eq. 2 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – Formulação de Brown .....	1
Eq. 3 – Ponto do pedido – Notação do Ballou .....	7
Eq. 4 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> constante – Notação do Ballou .....	7
Eq. 5 – Função demanda durante o <i>lead time</i> definida implicitamente.....	8
Eq. 6 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> constante .....	8
Eq. 7 – Função demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> menor do que a unidade .....	9
Eq. 8 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> menor do que a unidade .....	10
Eq. 9 – Formulação da função demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> constante – Proposta .....	11
Eq. 10 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> constante – Proposta ..	12
Eq. 11 – Definição da majoração alfa.....	13
Eq. 12 – Majoração alfa – <i>Lead time</i> constante.....	13
Eq. 13 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – Formulação do produto.....	24
Eq. 14 – Formulação da função demanda durante o <i>lead time</i> – <i>Lead time</i> aleatório – Proposta .....	28
Eq. 15 – Média da demanda durante o <i>lead time</i> – Proposta .....	29
Eq. 16 – Desvio-padrão da demanda durante o <i>lead time</i> – Proposta .....	30
Eq. 17 – Majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório.....	32
Eq. 18 – Valores máximos da majoração alfa – <i>Lead time</i> aleatório .....	34

## RESUMO

Tradicionalmente, o estoque de segurança é calculado com base no desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento. Em um ambiente de incerteza tanto na demanda quanto no tempo de ressuprimento, encontra-se na literatura uma formulação para o cálculo deste desvio-padrão, proposta por Brown, que apresenta uma característica de não homogeneidade dimensional, indicando que a mesma pressupõe algumas considerações com relação às unidades envolvidas. Quando estas considerações não podem ser atendidas, Brown recomenda que seja usada a formulação do desvio-padrão do produto de duas variáveis aleatórias. Entretanto, alguns autores afirmam ser a formulação do produto “*controversa*”. Desta forma, a formulação não homogênea de Brown vem sendo usada e referenciada pelos autores sem o rigor matemático e estatístico necessário à sua aplicação.

Na presente dissertação, são identificadas e apresentadas explicitamente as hipóteses de validade da formulação de Brown, bem como é proposta uma nova formulação para um dos casos em que as premissas desta formulação não são válidas, identificando claramente quando a formulação de Brown é a adequada e quando a formulação do produto é a adequada, sendo que estas duas formulações são casos particulares da formulação ora proposta para o caso estudado.

As práticas atuais foram comparadas com a nova formulação do problema, e dimensionou-se a diferença entre os valores obtidos com o uso da formulação tradicional, quando as hipóteses de validade não são respeitadas, e os valores fornecidos pela nova formulação. Para isso desenvolveu-se um simulador que permite verificar os resultados alcançados para cada uma das formulações.

Como conclusão, observa-se que a nova formulação de fato modela melhor a realidade para o caso particular estudado, evitando erros consideráveis tanto com o uso da formulação de Brown nas situações em que os tempos de ressuprimentos são pequenos quanto com o uso da formulação do produto nos casos em que os tempos de ressuprimentos são grandes.

## ABSTRACT

Traditionally, the safety stock is calculated based upon the standard-deviation of the demand during lead time. In the case that both, demand and lead time, are random variables, technical literature presents a formula to estimate the standard-deviation of the demand during lead, proposed by Brown, that is dimensionally non-homogeneous and this implies that we must be very careful about the unities involved before to use the formula as well as the hypothesis considered in its development. Brown suggests that be used product random variables standard-deviation formula when the hypothesis do not be valid. But some authors say that the use of product equation is “*controverse*”. Despite his own suggestion, the Brown non-homogeneous formula has being used and referred by the authors without the necessary mathematics and statistics rigours to its correct application.

In this work, the validity hypothesis of Brown’s formulation are identified and presented, in a explicit way, and a new formula is proposed to be used in one of the cases where some of the hypothesis are not valid, and it is clearly identified when is appropriated to use Brown’s equation or product equation. We prove that both equations, in fact, are particulars cases of the new equation in the particular case that was studied.

The usual practices were compared with the new formula proposed for the problem, and the difference between values generated by the use of the traditional formulation, when its validity hypothesis are not respected, and the values obtained by the use of the new formulation. For this, a simulator was developed to verify the results reached for each one of the formulations.

The conclusion is that the new formula models the actual problem better than the traditional ones for the particular case studied and avoids considerable errors using the Brown’s equation when the lead times are small or using the product equation when the lead times are big.

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. PROBLEMA E JUSTIFICATIVA

A literatura técnica relativa ao Gerenciamento de Estoques no SCM (“*Supply Chain Management*”) apresenta algumas fórmulas usadas para determinação de estoques de segurança associados a um determinado nível de serviço pretendido pela empresa, em um cenário de incertezas tanto na demanda, quanto no tempo de ressuprimento (“*lead time*”). Tradicionalmente, o estoque de segurança é calculado com base no desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento, através da expressão:

**Eq. 1 – Estoque de segurança**

$$E_s = k \cdot \sigma_{DL}$$

onde:

$E_s = k \cdot \sigma_{DL}$ , onde :

$E_s$  : estoque de segurança;

$k$  : fator associado ao nível de serviço pretendido;

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressuprimento ("lead time").

O desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento, quando há variabilidade na demanda e no tempo de ressuprimento é tradicionalmente calculado como apresentado por Brown (1962):

**Eq. 2 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – Formulação de Brown**

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_L \cdot \sigma_D^2 + \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2}$$

onde :

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressuprimento ("*lead time*");

$\mu_L$  : média do tempo de ressuprimento em períodos;

$\sigma_D^2$  : variância da distribuição de demanda;

$\mu_D$  : média da demanda no período;

$\sigma_L^2$  : variância da distribuição do tempo de ressuprimento em períodos.

A não homogeneidade dimensional da expressão que determina a variância da demanda durante o tempo de ressuprimento ( $\sigma_{DL}^2$ ), como formulado acima, evidencia tanto o fato de que a sua validade está intimamente ligada às unidades das variáveis que a compõe, quanto o cuidado que deve ser tomado na sua utilização.

Buscando-se as demonstrações matemáticas e estatísticas desta expressão no material bibliográfico estudado, a mesma não foi encontrada, entretanto, Ballou (2001) apresenta uma explicação mais detalhada sobre a formulação, porém sem o rigor necessário para um melhor entendimento das premissas que suportam a formulação. Por outro lado, o autor refere-se a outro pesquisador quando a apresenta.

Entende-se que a modelagem matemática e estatística destes fenômenos busca disponibilizar um ferramental que permita ao responsável tomar decisões sobre processos influenciados pelos mesmos. Diante disto, evidencia-se a necessidade de se conhecer as limitações da modelagem e o seu real domínio de validade, o que é obtido a partir de um maior rigor matemático e estatístico na apresentação destas formulações.

## 1.2. OBJETIVO

A presente dissertação tem como objetivo geral rever o cálculo da variabilidade da demanda durante o tempo de ressuprimento em um ambiente de incertezas tanto na demanda quanto no tempo de ressuprimento. Este objetivo será alcançado a partir dos seguintes objetivos específicos:

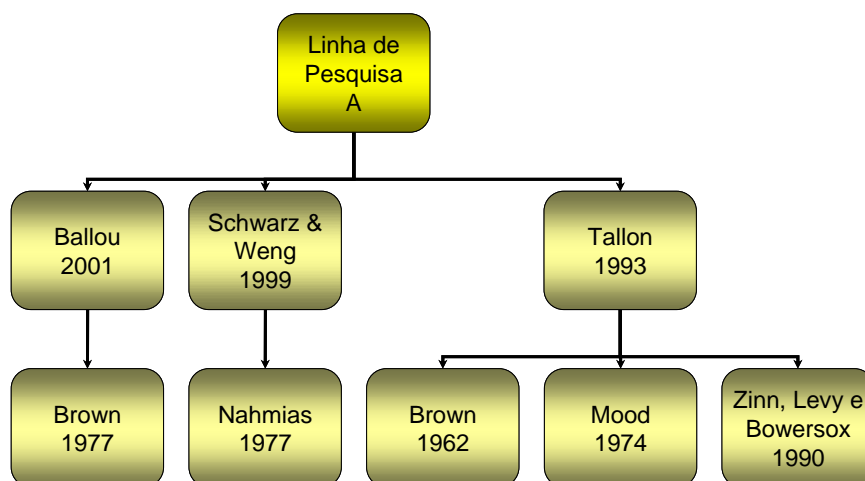
- Identificar as hipóteses de validade da formulação de Brown;
- Propor uma nova formulação para um caso particular que não satisfaz as hipóteses de validade da formulação de Brown;
- Dimensionar as diferenças entre os valores obtidos com o uso das formulações tradicionais e os valores fornecidos pela nova formulação para o caso particular estudado;
- Desenvolver um simulador para verificação dos resultados alcançados.

### 1.3. METODOLOGIA E ESTRUTURA DO TRABALHO

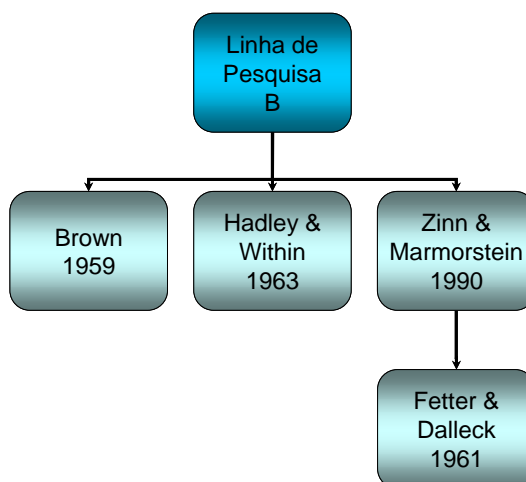
O trabalho teve início com a pesquisa de publicações que tratavam da questão de variabilidade no tempo de ressuprimento.

A pesquisa desenvolvida pode ser dividida em duas linhas distintas A e B, apresentadas esquematicamente nas figuras abaixo:

**Fig. 1 – Diagrama da pesquisa bibliográfica – Parte 1**



**Fig. 2 – Diagrama da pesquisa bibliográfica – Parte 2**



A pesquisa, tendo por base as publicações apresentadas nos diagramas acima, pautou-se na busca da demonstração da formulação (**Eq. 2**), bem como no aprofundamento do suporte estatístico para a possível demonstração, o que foi encontrado em Mood et al. (1974).

No Capítulo 2 (REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO CONSTANTE) apresenta-se a demonstração da formulação atual, discute-se a natureza do fenômeno que está sendo estudado e propõe-se uma nova formulação para um caso particular no qual as premissas da formulação atual não são válidas mas o tempo de ressuprimento é constante.

No Capítulo 3 (DEMONSTRAÇÃO DA FORMULAÇÃO ATUAL PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO) mostra-se onde foram encontradas referências à formulação atual, como a mesma foi apresentada e a que autor a publicação em questão cita ao referir-se a ela. Como fruto da pesquisa direta e da revisão estatística, a formulação atual é demonstrada (**Eq. 2**), evidenciando as restrições no seu uso, cobrindo assim, o primeiro objetivo específico a que se propõe esta dissertação.

No Capítulo 4 (NOVA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO) com base na natureza do fenômeno, propõe-se uma nova formulação para o cálculo da variabilidade da demanda durante o tempo de ressuprimento, para um caso particular não coberto pelas hipóteses de validade da formulação de Brown, cumprindo o segundo objetivo específico desta dissertação.

O Capítulo 5 (SIMULADOR) apresenta dois simuladores desenvolvidos em planilha eletrônica (EXCEL da Microsoft) que a partir de séries randômicas de demanda e tempo de ressuprimento geradas pelo próprio software, obtém diretamente uma série de demandas durante o tempo de ressuprimento, para sistemática do ponto do pedido e para sistemática de revisão periódica de estoque. Cumpre-se aqui o quarto objetivo específico.



O Capítulo 6 (ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A FORMULAÇÃO PROPOSTA E A FORMULAÇÃO TRADICIONAL – EXEMPLOS), complementarmente, compara os resultados obtidos com a utilização da formulação proposta, com os obtidos pela formulação tradicional, para o caso particular estudado, apresentando o nível de erro que se comete ao adotar-se a formulação tradicional quando suas hipóteses de validade não são respeitadas. No Apêndice A, é apresentado o conjunto de dados obtidos a partir das simulações realizadas.

Conclui-se a presente dissertação, bem como se recomendam alguns cuidados e novos estudos no Capítulo 7 (CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES).

## 2. REVISÃO DO CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO CONSTANTE

### 2.1. APLICAÇÃO

A importância do cálculo da demanda durante o tempo de ressuprimento desponta quando se está preocupado em controlar estoques, pois o valor que é demandado pelos clientes, enquanto se aguarda a chegada de um pedido efetuado, é crítico e está intimamente ligado com o estoque de segurança, como apresentado na **Eq. 1**. Entretanto, depara-se com o fato de que normalmente não se conhece diretamente o valor médio da demanda durante o tempo de ressuprimento e nem o seu desvio-padrão (Ballou, 2001). É possível estimar estes valores a partir da série randômica das demandas e da série randômica dos tempos de ressuprimento. Neste capítulo, estuda-se a situação em que há incertezas na demanda dos clientes, mas o tempo de ressuprimento é constante e conhecido.

A utilização direta do valor médio da demanda não promove a garantia necessária de que os clientes estarão sendo atendidos, ou seja, não dá garantias de que não haverá falta de estoque.

Estas questões remetem ao Controle Avançado de Estoque Puxado, onde se adiciona ao estoque regular, definido pelos valores médios, um incremento de estoque, denominado “**estoque de segurança**”, que tem por objetivo garantir o nível de serviço que se deseja prestar ao cliente.

Conforme Ballou (2001, p.263), dois métodos alicerçaram a “*maioria das filosofias de gerenciamento do tipo puxado com padrões de demandas perpétuas*”: o método do ponto do pedido e o método de revisão periódica. Na prática pode-se encontrar sistemas que combinam os dois.

Trabalhando com o método do ponto do pedido, Ballou (2001, p.264) indica a necessidade de se obter a quantidade de ponto de pedido (ROP), que é dada, em sua própria notação, por:

Eq. 3 – Ponto do pedido – Notação do Ballou

$$ROP = d \times LT + z \times s'_d$$

onde :

$d$  : taxa de demanda média diária;

$LT$  : tempo de ressuprimento médio;

$s'_d$  : desvio - padrão da distribuição da demanda durante o tempo de ressuprimento;

$z$  : número de desvios - padrão da média da distribuição da demanda durante o tempo de ressuprimento para nos dar a probabilidade desejada de ter estoque durante este tempo.

## 2.2. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – INTEIRO

Quando se trabalha apenas com a demanda incerta, Ballou (2001, p.264), tem-se, na notação do autor:

Eq. 4 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – *Lead time* constante – Notação do Ballou

$$s'_d = s_d \cdot \sqrt{LT}$$

onde :

$s_d$  : desvio - padrão da demanda.

Esta formulação, apesar de não ser explicitado pelo autor, pressupõe que o tempo de ressuprimento é dado em períodos que caracterizam a medição de demanda, por exemplo, no caso de demanda semanal os períodos devem ser dados em semanas. Estas medições por sua vez devem ser independentes (cada semana independe das demais) e tratam-se de variáveis randômicas igualmente distribuídas (mesma média e variância). Neste caso, Ballou (2001, p.264) afirma que “a variância da distribuição *DDLT* é encontrada pela soma das variâncias das distribuições de demandas semanais”, onde **DDLT** é “demand during lead time”. Assim, pode-se dizer que (Mood, 1974, p. 178):  $s_d'^2 = LT \cdot s_d^2$ .

Além disso, observamos também que a demonstração acima só é válida quando o parâmetro  $LT$  é um número inteiro, pois representa um determinado número de ocorrências de uma variável aleatória, ou seja, a função Demanda Durante o Tempo de Ressuprimento considerada é dada por:

**Eq. 5 – Função demanda durante o *lead time* definida implicitamente**

$$DL = \sum_{i=1}^N D_i$$

onde :

$DL$  : demanda durante o tempo de ressuprimento ("*lead time*");

$D$  : demanda variável aleatória apurada numa série de períodos consecutivos e independentes com média  $\mu_D$  e desvio - padrão  $\sigma_D$ ;

$D_i$  : uma ocorrência da variável aleatória;

$N$  : número inteiro de períodos considerados, ou seja, é igual ao lead - time inteiro ( $L = N$ ).

Dada uma função de variável aleatória como a definida anteriormente e usando notação própria ( $\mu$  para o valor esperado ou esperança –  $E$  – e  $\sigma^2$  para a variância –  $V$ ), tem-se que (Mood, 1974, p. 178):

$$E[DL] = E\left[\sum_{i=1}^N D_i\right] = \sum_{i=1}^N E[D_i] = \sum_{i=1}^N \mu_D = N \cdot \mu_D \Rightarrow \mu_{DL} = N \cdot \mu_D$$

$$\mu_{DL} = L \cdot \mu_D$$

$$V[DL] = V\left[\sum_{i=1}^N D_i\right] = \sum_{i=1}^N V[D_i] = \sum_{i=1}^N \sigma_D^2 = N \cdot \sigma_D^2 \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{N} \cdot \sigma_D$$

$$\sigma_{DL} = \sqrt{L} \cdot \sigma_D$$

Portanto, a **Eq. 4** só é válida para "*lead-times*" inteiros. Assim, sendo rigorosos e adotando a simbologia própria, tem-se:

**Eq. 6 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – *Lead time* constante**

$$\sigma_{DL} = \sigma_D \cdot \sqrt{L}$$

$$\sigma_D \in \Re \text{ e } L \in \mathbb{N},$$

onde :

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressuprimento ("*lead time*");

$L$  : tempo de ressuprimento em períodos de apuração de demanda;

$\sigma_D$  : desvio – padrão da distribuição de demanda.

### 2.3. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – REAL E MENOR QUE 1

No item anterior ficou evidente que é necessário que o “*lead time*” seja um número inteiro de períodos de apuração de demanda, ou seja, um número inteiro de ocorrências de uma variável randômica.

Quando se trabalha com um “*lead time*” real e menor do que a unidade, significa que se deve considerar apenas uma fração de uma ocorrência de uma variável randômica.

Na presente dissertação, trabalhar-se-á com um caso particular onde será estudada a hipótese de que a demanda se mantém constante dentro do período de apuração. Por exemplo, no caso de demandas apuradas semanalmente, admite-se que as retiradas diárias sejam iguais durante cada uma das semanas, ou seja, as retiradas diárias correspondem a 1/7 da demanda semanal (que é aleatória). Esta hipótese será denominada de “Hipótese de Uniformidade”.

Com esta hipótese de uniformidade dentro do período de apuração e sendo D uma ocorrência na série randômica de demandas, tem-se que a demanda durante o lead time DL será dada por:

**Eq. 7 – Função demanda durante o *lead time* – *Lead time* menor do que a unidade**

$$\boxed{DL = \alpha \cdot D}$$

$\alpha \in \Re, 0 < \alpha < 1$ , onde :

$\alpha$  : lead time ( $L = \alpha$ )

Assim, com base em Mood (1974, p. 70), vem:

$$E[DL] = E[\alpha \cdot D] = \alpha \cdot E[D] = \alpha \cdot \mu_D \Rightarrow \mu_{DL} = \alpha \cdot \mu_D$$

$$\boxed{\mu_{DL} = L \cdot \mu_D}$$

$$V[DL] = V[\alpha \cdot D] = \alpha^2 \cdot V[D] = \alpha^2 \cdot \sigma_D^2 \Rightarrow \sigma_{DL} = \alpha \cdot \sigma_D$$

$$\boxed{\sigma_{DL} = L \cdot \sigma_D}$$

Portanto, quando o tempo de ressuprimento é um valor real menor do que a unidade, tem-se:

Eq. 8 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – *Lead time* menor do que a unidade

$$\sigma_{DL} = \sigma_D \cdot L$$

$\sigma_D \in \mathbb{R}, L \in \mathbb{R} \text{ e } L < 1$ , onde :

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressurgimento ("*lead time*");

$L$  : tempo de ressurgimento em frações do período de apuração de demanda;

$\sigma_D$  : desvio – padrão da distribuição de demanda.

Pode-se observar que neste caso, o desvio-padrão da demanda durante o "*lead time*" é obtido pelo produto direto do valor do desvio-padrão da demanda pelo valor do "*lead time*" e não pela raiz quadrada do "*lead time*". Portanto, ao se adotar a formulação tradicional obtém-se valores maiores para o desvio-padrão durante o "*lead time*" do que os valores obtidos com a formulação ora proposta.

Formulação tradicional : $(\sigma_{DL})_T = \sigma_D \cdot \sqrt{L}$ Formulação proposta : $(\sigma_{DL})_P = \sigma_D \cdot L$ $\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{\sigma_D \cdot \sqrt{L}}{\sigma_D \cdot L} \Rightarrow \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ Como $0 < \alpha < 1 \Rightarrow (\sigma_{DL})_T > (\sigma_{DL})_P$
--

Por exemplo, caso o *lead time* seja 0,5, tem-se:

Formulação tradicional : $(\sigma_{DL})_T = \sigma_D \cdot \sqrt{0,5} \Rightarrow \sigma_{DL} \approx 0,71 \cdot \sigma_D$ Formulação proposta : $(\sigma_{DL})_P = \sigma_D \cdot 0,5 \Rightarrow \sigma_{DL} = 0,50 \cdot \sigma_D$ $\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{0,71 \cdot \sigma_D}{0,50 \cdot \sigma_D} \Rightarrow \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} \approx 1,41$
--

Observa-se que com a formulação tradicional obtém-se um valor para o desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressurgimento cerca de 40% maior do que o obtido com o uso da formulação proposta.

## 2.4. TEMPO DE RESSUPRIMENTO – REAL E MAIOR QUE 1

Nos dois itens anteriores, observa-se que a média da demanda durante o tempo de ressurgimento é sempre dada pelo produto do *lead time* pela média da demanda, independente do tempo de ressurgimento ser inteiro ou real menor do que a unidade. Entretanto, o mesmo não pode ser dito no

que se refere ao desvio-padrão, que apresenta formulações diferentes para cada uma das situações. No presente item, unifica-se a formulação, pois será tratada a situação onde o lead time é real e maior do que a unidade.

Inicialmente é preciso estabelecer a função que define a demanda durante o tempo de ressurgimento quando este tempo de ressurgimento é real e maior do que a unidade. Introduce-se a definição, ilustrando-a com um exemplo. Suponha-se uma série aleatória de demandas semanais e que o *lead time* seja de 3,5 semanas. Com base no que foi dito nos itens 2.2 e 2.3, tendo em mente a hipótese de uniformidade, pode-se imaginar que para o cálculo da demanda durante o lead time deve-se considerar 3 ocorrências inteiras de demanda e metade de uma quarta ocorrência. Assim, o fenômeno pode ser modelado com a seguinte definição:

**Eq. 9 – Formulação da função demanda durante o *lead time* – *Lead time* constante – Proposta**

$$DL = \sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}$$

$D \in \mathfrak{R}, \alpha \in \mathfrak{R}, N \in \mathbb{N}$ , onde :

$DL$  : demanda durante o tempo de ressurgimento (*lead time*);

$D$  : demanda variável aleatória apurada numa série de períodos consecutivos e independentes com média  $\mu_D$  e desvio - padrão  $\sigma_D$ ;

$D_i, D_{i+1}$  : uma ocorrência da variável aleatória;

$N$  : número inteiro de períodos considerados, ou seja,

é igual a parte inteira do lead - time ( $N = INT(L)$ );

$\alpha$  : parte decimal do lead - time ( $\alpha = L - INT(L)$ );

$L = N + \alpha$

Uma função de variável aleatória como a definida anteriormente, permite que se calcule sua média e desvio-padrão, usando os conceitos apresentados em Mood (1974, p. 70, 178) como segue:

$$E[DL] = E\left[\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right] = E\left[\sum_{i=1}^N D_i\right] + E[\alpha \cdot D_{i+1}] = \sum_{i=1}^N E[D_i] + \alpha \cdot E[D_{i+1}] \Rightarrow$$

$$\mu_{DL} = \sum_{i=1}^N \mu_D + \alpha \cdot \mu_D = N \cdot \mu_D + \alpha \cdot \mu_D = (N + \alpha) \cdot \mu_D \Rightarrow$$

$$\mu_{DL} = L \cdot \mu_D$$

$$\begin{aligned}
V[DL] &= V\left[\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right] = V\left[\sum_{i=1}^N D_i\right] + V[\alpha \cdot D_{i+1}] = \sum_{i=1}^N V[D_i] + \alpha^2 \cdot V[D_{i+1}] \Rightarrow \\
\sigma_{DL}^2 &= \sum_{i=1}^N \sigma_D^2 + \alpha^2 \cdot \sigma_D^2 = N \cdot \sigma_D^2 + \alpha^2 \cdot \sigma_D^2 = (N + \alpha^2) \cdot \sigma_D^2 = (L - \alpha + \alpha^2) \cdot \sigma_D^2 \Rightarrow \\
\sigma_{DL} &= \sqrt{L - \alpha + \alpha^2} \cdot \sigma_D
\end{aligned}$$

Pode-se observar que mais uma vez que a formulação para média não se altera. Além disso, pode-se demonstrar que a formulação para o desvio-padrão como apresentada anteriormente para *lead time* real maior do que unidade, de fato, generaliza a situação para qualquer *lead time* real, quando a hipótese de uniformidade é válida, o que será feito a seguir:

$$\begin{aligned}
&\text{Se } L = N, N \in \mathbb{N} \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{L - \alpha + \alpha^2} \cdot \sigma_D \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{L} \cdot \sigma_D \text{ (eq. 6);} \\
&\text{Se } L = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha < 1 \Rightarrow N = 0 \Rightarrow L = \alpha \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{L - \alpha + \alpha^2} \cdot \sigma_D \Rightarrow \sigma_{DL} = L \cdot \sigma_D \text{ (eq. 8);}
\end{aligned}$$

Portanto, para qualquer *lead time* real tem-se:

**Eq. 10 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – *Lead time* constante – Proposta**

$$\sigma_{DL} = \sigma_D \cdot \sqrt{L - \alpha + \alpha^2}$$

$\sigma_D \in \mathbb{R}, L \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha < 1$ , onde :

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressurgimento ("*lead time*");

$\sigma_D$  : *desvio – padrão* da distribuição de demanda;

$L$  : tempo de ressurgimento medido em períodos de apuração de demanda;

$\alpha$  : parte decimal do *lead time*  $L$ .



## 2.5. COMPARAÇÃO ENTRE A FORMULAÇÃO TRADICIONAL E A NOVA FORMULAÇÃO

Comparando-se a formulação tradicional com a formulação ora proposta, observa-se que o desvio-padrão calculado tradicionalmente é maior ou igual ao obtido com o novo cálculo, como mostrado a seguir:

Formulação tradicional : $(\sigma_{DL})_T = \sigma_D \cdot \sqrt{L}$ Formulação proposta : $(\sigma_{DL})_P = \sigma_D \cdot \sqrt{L - \alpha + \alpha^2}$ $\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{\sigma_D \cdot \sqrt{L}}{\sigma_D \cdot \sqrt{L - \alpha + \alpha^2}} \Rightarrow \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\alpha - \alpha^2)}{L}}}$ Como $0 \leq \alpha \leq 1 \Rightarrow (\sigma_{DL})_T \geq (\sigma_{DL})_P$
---

As formulações só são idênticas nos casos em que  $\alpha = 0$ , isto é, quando o *lead time* é inteiro.

A relação entre a formulação tradicional e a formulação proposta será denominada de Majoração Alfa, com a seguinte notação  $M_\alpha$ , e será assim definida:

**Eq. 11 – Definição da majoração alfa**

$M_\alpha = \frac{(\sigma_{DL})_T - (\sigma_{DL})_P}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} - 1$
--

Mas,

$$\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\alpha - \alpha^2)}{L}}}$$

Então, para o caso de tempo de ressuprimento constante, vem:

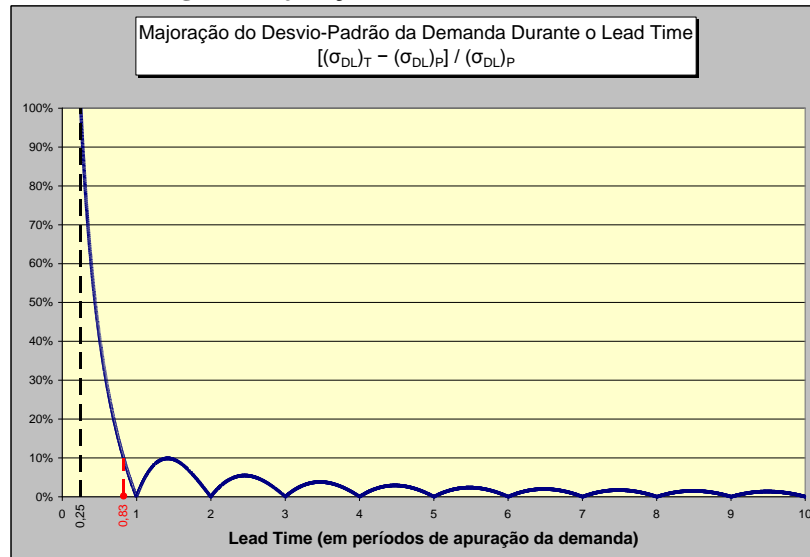
**Eq. 12 – Majoração alfa – Lead time constante**

$M_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\alpha - \alpha^2)}{L}}} - 1$
---

Observa-se, portanto, que a majoração do desvio-padrão da demanda durante o lead time (Majoração Alfa) independe da demanda, seja da sua média ou do seu desvio-padrão.

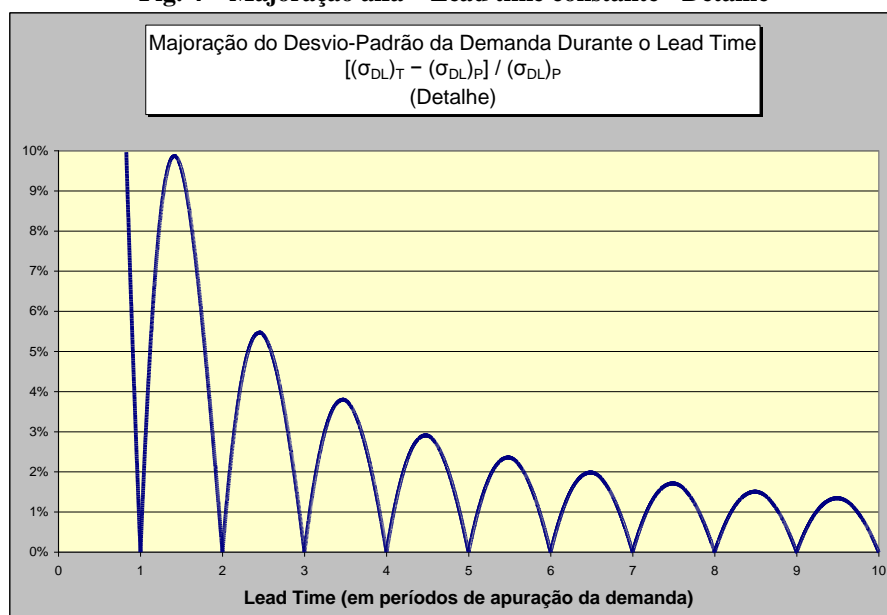
O gráfico abaixo mostra como  $M_\alpha$  varia com o lead time. Observa-se que para valores de *lead time* menores do que 0,25 o desvio-padrão é majorado em mais do que 100% e para valores menores do que 0,83 (o valor preciso é  $1/1,21$ ) a majoração é maior do que 10%.

**Fig. 3 – Majoração alfa – Lead time constante**



No detalhe apresentado, nota-se que para valores de *lead times* maiores do que 3 a diferença entre a formulação tradicional e a nova não passa dos 4% e para valores maiores do que 6 esta diferença não passa dos 2%. Porém para valores entre 1 e 3 a diferença atinge valores maiores do que 5%, chegando em alguns casos a quase 10%.

**Fig. 4 – Majoração alfa – Lead time constante - Detalhe**



### 3. DEMONSTRAÇÃO DA FORMULAÇÃO ATUAL PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO

#### 3.1. APLICAÇÃO

Quando se pretende estender o realismo do modelo é conveniente contabilizar a incerteza no tempo de ressuprimento, ou seja, nas palavras de Ballou (2001, p.267), “*o que queremos fazer é encontrar o desvio padrão ( $s'_d$ ) da distribuição de DDLT baseada na incerteza da demanda e do tempo de reabastecimento*”. E acrescenta, “*isto é encontrado adicionando a variância da demanda à variância do tempo de reabastecimento, dando-nos uma fórmula revisada para  $s'_d$* ”:

$$s'_d = \sqrt{LT \cdot s_d^2 + d^2 s_{LT}^2}, \text{ onde } s_{LT} \text{ é o desvio-padrão do tempo de ressuprimento.}$$

Esta fórmula, apresentada aqui na notação do Ballou, é exatamente a mesma apresentada nesta dissertação como **Eq. 2** e que se pretende demonstrar. Vale ressaltar que Ballou (2001) a apresenta justificando sua obtenção como a soma de duas variâncias, a primeira a demanda durante o tempo de ressuprimento quando a demanda é incerta e o tempo de ressuprimento é conhecido e a segunda, a demanda durante o tempo de ressuprimento quando a demanda é conhecida e o tempo de ressuprimento é incerto, cujas variâncias são respectivamente:  $LT \cdot s_d^2$  e  $d^2 s_{LT}^2$ .

Sabe-se que a demanda durante o tempo de ressuprimento, que caracteriza o ponto de pedido, é dada, na própria notação do autor, por:  $ROP = d \times LT$ , ver Ballou (2001, p.261), ou seja, esta variável está associada ao produto de outras duas variáveis. Portanto, há hipóteses importantes associadas à formulação de  $s'_d$  como apresentada por Ballou, que são abordadas neste capítulo.

Ballou (2001, p.267) refere-se a Brown (1977), quando adverte que as distribuições de demanda e do tempo de ressuprimento podem não ser independentes entre si, apresentando a sugestão de Brown para abordagem precisa do problema, que também será tratada no presente trabalho. Por sua vez, Brown

(1977) remete a pesquisa bibliográfica para outra publicação sua, o livro “*Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*” de 1962.

Wild (1997), quando trata de estoque de segurança, trabalha apenas com a hipótese de *lead time* determinístico, ou seja, sem variabilidade, portanto, não menciona a expressão que se pretende demonstrar.

Por outro lado, Zinn e Marmorstein (1990, p.97), comparando dois métodos alternativos para a determinação de níveis de estoque de segurança, referem-se à expressão em questão, citando como fonte Fetter e Dalleck (1961).

Além disso, o artigo de Tallon (1993) apresenta a expressão (**Eq. 2**) como aquela que traduz o desvio-padrão para a distribuição conjunta da demanda e do *lead time*, ou seja, a distribuição da demanda durante o tempo de ressuprimento e propõe seu uso para avaliação do impacto da centralização de estoques no estoque de segurança agregado, quando há variabilidade no tempo de ressuprimento.

### 3.2. PRIMEIRAS INDICAÇÕES

Paralelamente, observa-se que, em artigo publicado, Schwarz e Weng se valem da **Eq. 2** para calcular a variância do tempo de ressuprimento do distribuidor, Schwarz e Weng (1999, p.146), apresentando no apêndice, Schwarz e Weng (1999, p.162), informações importantes para a demonstração que se pretende dar curso. Destaca-se o fato de que para os autores as variáveis randômicas envolvidas são da

forma:  $Z = \sum_{t=1}^Y X_t$ , onde  $Y$  representa o tempo de ressuprimento (variável randômica), medido em

número inteiro de períodos, sobre os quais foram medidas as demandas  $X_t$ , sendo que a demanda em cada período  $t$  é independente, mas todas apresentam a mesma distribuição randômica, com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

Neste caso, considerando a forma apresentada, tem-se que:

$$\mathbf{E}[Z] = \mathbf{E}[Y] \cdot \mu \quad \text{e} \quad \mathbf{V}[Z] = \mathbf{E}[Y] \cdot \sigma^2 + \mathbf{V}[Y] \cdot \mu^2,$$

onde  $E[Y]$  e  $V[Y]$  são, respectivamente, a média e a variância do tempo de ressuprimento.

Cabe ressaltar que estas equações são exatamente as que se pretende demonstrar, entretanto, não foi encontrado maiores detalhes nesta publicação.

### 3.3. DEMONSTRAÇÃO – PRIMEIRA ABORDAGEM

Retomando a pesquisa, encontrou-se no livro de autoria de Brown (1962), recomendado pelo próprio autor (Brown, 1977) e por Tallon (1993), a demonstração pretendida, que será apresentada a seguir.

Brown (1962, p.366) afirma que nos casos especiais onde as demandas podem ser representadas por uma distribuição aleatória (com média constante), independente da distribuição dos tempos de ressuprimento é possível estimar a variância da demanda durante o tempo de ressuprimento, considerando os seguintes fatores:

$D$  : média das demandas no intervalo amostral considerado (p. ex. semanal);

$\sigma_D$  : desvio - padrão dos erros na previsão da demanda  $D$ ;

$L$  : média dos tempos de ressuprimento;

$\sigma_L$  : desvio - padrão dos erros na previsão do tempo de ressuprimento.

A demonstração pretendida, na abordagem de Brown, supõe inicialmente um tempo de ressuprimento fixo  $R$ , medido em números exatos de intervalos amostrais. Intervalo amostral é o intervalo considerado no cálculo estatístico da demanda, por exemplo, semanal.

Fazendo  $DL$  a demanda no tempo de ressuprimento (*lead time*), que é uma variável que depende tanto da demanda quanto do *lead time*. Assim, para o tempo de ressuprimento fixo  $R$ , tem-se:

$$E[DL|R] = R \cdot D$$

A variância da demanda no *lead time*, supondo os  $R$  intervalos é, conforme Mood (1974, p.178):

$$\mathbf{V}[DL|R] = R \cdot \sigma_D^2$$

Pela definição apresentada em Mood (1974, p.159), vem:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}[Y|X=x] &= \mathbf{E}[Y^2|X=x] - (\mathbf{E}[Y|X=x])^2 \Rightarrow \mathbf{V}[DL|R] = \mathbf{E}[DL^2|R] - (\mathbf{E}[DL|R])^2 \Rightarrow \\ R \cdot \sigma_D^2 &= \mathbf{E}[DL^2|R] - (R \cdot D)^2 \Rightarrow \mathbf{E}[DL^2|R] = R \cdot \sigma_D^2 + (R \cdot D)^2 \end{aligned}$$

Supondo que a probabilidade da ocorrência do tempo de ressuprimento  $\mathbf{R}$  seja  $\mathbf{p}(\mathbf{R})$ , pode-se afirmar que o valor esperado para a demanda no *lead time* será dado por:

$$\mathbf{E}[DL] = \sum_{R=0}^{\infty} \mathbf{E}[DL|R] \cdot \mathbf{p}(R) = \sum_{R=0}^{\infty} R \cdot D \cdot \mathbf{p}(R) = D \cdot \sum_{R=0}^{\infty} R \cdot \mathbf{p}(R) \Rightarrow$$

$$\mathbf{E}[DL] = D \cdot L$$

Similarmente obtém-se o valor esperado do quadrado da demanda no *lead time*:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[DL^2] &= \sum_{R=0}^{\infty} \mathbf{E}[DL^2|R] \cdot \mathbf{p}(R) = \sum_{R=0}^{\infty} (R \cdot \sigma_D^2 + (R \cdot D)^2) \cdot \mathbf{p}(R) = \\ &= \sum_{R=0}^{\infty} R \cdot \sigma_D^2 \cdot \mathbf{p}(R) + \sum_{R=0}^{\infty} (R \cdot D)^2 \cdot \mathbf{p}(R) = \sigma_D^2 \cdot \sum_{R=0}^{\infty} R \cdot \mathbf{p}(R) + D^2 \cdot \sum_{R=0}^{\infty} R^2 \cdot \mathbf{p}(R) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}[DL^2] = \sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot \mathbf{E}[R^2]$$

Com base nas expressões de Mood (1974, p.70), sabe-se que:

$$\mathbf{V}[DL] = \mathbf{E}[DL^2] - (\mathbf{E}[DL])^2 = (\sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot \mathbf{E}[R^2]) - (D \cdot L)^2 = \sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot (\mathbf{E}[R^2] - L^2),$$

mas,  $L = \mathbf{E}[R]$ , então  $\mathbf{V}[DL] = \sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot (\mathbf{E}[R^2] - (\mathbf{E}[R])^2)$ ,

então:

$$\mathbf{V}[DL] = \sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot \mathbf{V}[R] \Rightarrow \sigma_{DL}^2 = \sigma_D^2 \cdot L + D^2 \cdot \sigma_L^2$$

Finalmente, usando a notação apresentada na **Eq. 2**, demonstrou-se que:

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_L \cdot \sigma_D^2 + \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2}$$

onde :

$\sigma_{DL}$  : desvio - padrão da demanda no tempo de ressuprimento ("lead time");

$\mu_L$  : média do tempo de ressuprimento em períodos;

$\sigma_D^2$  : variância da distribuição de demanda;

$\mu_D$  : média da demanda no período;

$\sigma_L^2$  : variância da distribuição do tempo de ressuprimento em períodos.

A expressão acima também pode ser obtida a partir de uma abordagem ligeiramente diferente, como será mostrado no item a seguir.

### 3.4. DEMONSTRAÇÃO – SEGUNDA ABORDAGEM

Durante a pesquisa que permitiu revisar os principais aspectos estatísticos envolvidos no fenômeno estudado, encontrou-se em Mood et al. (1974, p.197) um exemplo (Exemplo 14), apresentado a seguir, que modela fielmente o problema em estudo e evidencia as hipóteses necessárias, mencionadas por Brown em sua abordagem.

No exemplo citado, Mood et al. propõem o seguinte:

*“Suponha que  $X_1, \dots, X_n, \dots$  seja uma seqüência de variáveis randômicas independentes e identicamente distribuídas com média  $\mu_X$  e variância  $\sigma_X^2$ . Suponha que  $N$  seja uma variável*

*randômica inteira, definindo-se  $S_N = \sum_{i=1}^N X_i$ , ou seja,  $S_N$  é a soma dos  $N$  primeiros  $X_i$ 's, onde  $N$*

*também é uma variável randômica. Assim  $S_N$  é a soma de um número randômico de variáveis randômicas. Assumamos que  $N$  é independente dos  $X_i$ 's."*

Observa-se, portanto, que o exemplo acima modela exatamente o problema proposto por Brown (1962), onde os  $X_i$ 's são as demandas em cada intervalo amostral  $i$  e  $N$  é o tempo de ressuprimento, medido em número de intervalos amostrais considerados, isto é, é uma variável inteira e randômica. Além disso, a soma  $S_N$  é exatamente a demanda no *lead time*, caracterizada pela soma das demandas dos períodos amostrais durante o *lead time*.

Mood et al. calculam inicialmente o valor esperado da soma, que nada mais é que o valor esperado da demanda no *lead time*, como segue:

Tem-se que (Mood et al., 1974, p.158):

$$\mathbf{E}[Y] = \mathbf{E}[\mathbf{E}[Y|X]] \Rightarrow \mathbf{E}[S_N] = \mathbf{E}[\mathbf{E}[S_N|N]],$$

mas,

$$\mathbf{E}[S_N|N=n] = \mathbf{E}[X_1 + \dots + X_n] = n \cdot \mu_X, \text{ então } \mathbf{E}[S_N|N] = N \cdot \mu_X \text{ e}$$

$$\mathbf{E}[\mathbf{E}[S_N|N]] = \mathbf{E}[N \cdot \mu_X] = \mu_X \cdot \mathbf{E}[N] = \mu_X \cdot \mu_N$$

assim:

$$\boxed{\mathbf{E}[S_N] = \mu_X \cdot \mu_N}.$$

Na seqüência, aqueles autores calculam a variância da soma, que nada mais é que a variância da demanda no *lead time*, valendo-se do teorema apresentado em Mood et al. (1974, p.159), como se pode observar abaixo:



$$\begin{aligned} \mathbf{V}[Y] &= \mathbf{E}[\mathbf{V}[Y|X]] + \mathbf{V}[\mathbf{E}[Y|X]] \Rightarrow \\ \mathbf{V}[S_N] &= \mathbf{E}[\mathbf{V}[S_N|N]] + \mathbf{V}[\mathbf{E}[S_N|N]] = \mathbf{E}[N \cdot \sigma_X^2] + \mathbf{V}[N \cdot \mu_X] = \sigma_X^2 \cdot \mathbf{E}[N] + \mu_X^2 \cdot \mathbf{V}[N] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{V}[S_N] = \sigma_X^2 \cdot \mu_N + \mu_X^2 \cdot \sigma_N^2}$$

Assim, chega-se à mesma formulação proposta por Brown (1962). O próximo item resumirá as considerações que devem ser adotadas para que esta formulação seja válida.

### 3.5. ANÁLISE DA FORMULAÇÃO DE BROWN

#### 3.5.1. Resumo das Hipóteses de Validade

Resumem-se neste item as hipóteses adotadas tanto por Brown (1962), quanto por Mood et al. (1974), necessárias para garantir a validade do cálculo do desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, conforme apresentado na formulação (Eq. 2).

Define-se inicialmente intervalo amostral como sendo o período usado para cálculo das demandas, por exemplo, a semana. A sequência de semanas caracteriza assim, uma série aleatória de demandas. A figura a seguir mostra as principais hipóteses consolidadas em um único quadro:

**Fig. 5 – Resumo das hipóteses de validade da formulação de Brown****1.ª Hipótese:**

Suponha que a série de demandas seja uma seqüência de variáveis randômicas independentes e identicamente distribuídas com média  $\mu_D$  e variância  $\sigma_D^2$ .

**2.ª Hipótese:**

Suponha que o *lead time* seja uma variável randômica, cuja distribuição possui média  $\mu_L$  e variância  $\sigma_L^2$ .

**3.ª Hipótese:**

A demanda e o *lead time* são variáveis randômicas independentes.

**4.ª Hipótese:**

Suponha que o *lead time* seja medido em números inteiros de intervalos amostrais usados para o cálculo das demandas.

**3.5.2. Análise Dimensional**

Considerando-se as hipóteses acima, conforme demonstrado nos itens **3.3** e **3.4**, pode-se calcular o desvio-padrão da demanda durante o *lead time* pela **Eq. 2**:

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_L \cdot \sigma_D^2 + \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2}$$

Observa-se que o equilíbrio dimensional desta expressão é garantido, pois tanto o valor esperado do *lead time* (média de sua distribuição), quanto o desvio-padrão desta distribuição são escalares, pois o *lead time* é medido em número de períodos. Analisando dimensionalmente a fórmula proposta tem-se:

$[D]$ : dimensão de demanda  $[\sigma_{DL}] = \sqrt{[\mu_L] \cdot [\sigma_D]^2 + [\mu_D]^2 \cdot [\sigma_L]^2} = \sqrt{1 \cdot [D]^2 + [D]^2 \cdot 1^2} \Rightarrow$ $[\sigma_{DL}] = [D]$
--

### 3.6. FORMULAÇÃO DO PRODUTO

#### 3.6.1. Apresentação da formulação do produto

Com relação às hipóteses resumidas no item **3.5.1**, é importante notar que a validade da fórmula pressupõe um tempo de ressuprimento “longo”, pois se faz necessário que o mesmo seja medido em números inteiros de intervalos amostrais usados para o cálculo da demanda. No caso do intervalo ser semanal, ou seja, estarmos diante de uma série aleatória de demandas semanais, o valor esperado da distribuição do *lead time* e o seu desvio-padrão deverão ser medidos a partir da série de números inteiros de semanas, que representam os tempos de ressuprimento apurados, para que o desvio-padrão da demanda durante o *lead time* seja estimado com base na **Eq. 2**.

Cabe ressaltar, portanto, que, do ponto de vista puramente matemático e estatístico, o uso da fórmula se restringe ao caso onde os tempos de ressuprimento compõem uma série de valores inteiros. Alternativamente, Brown (1962, p.367) lembra que a grandeza com que se está trabalhando, a demanda durante o tempo de ressuprimento, é a demanda por unidade de tempo multiplicada pelo tempo de ressuprimento.

Assim sendo, caso o *lead time* não possa ser medido em números inteiros de intervalos amostrais, segundo Brown, dever-se-ia trabalhar diretamente com a formulação do cálculo da variância do produto de duas variáveis aleatórias, conforme apresentado em Mood et al. (1974, p.180), como segue:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}[\mathbf{P}] &= \mathbf{V}[X \cdot Y] = \mu_Y^2 \cdot \mathbf{V}[X] + \mu_X^2 \cdot \mathbf{V}[Y] + \mathbf{V}[X] \cdot \mathbf{V}[Y] \Rightarrow \\ \mathbf{V}[DL] &= \mathbf{V}[d \cdot \ell] = \mu_\ell^2 \cdot \mathbf{V}[d] + \mu_d^2 \cdot \mathbf{V}[\ell] + \mathbf{V}[d] \cdot \mathbf{V}[\ell],\end{aligned}$$

onde :

$d$  : demanda por unidade de tempo

$\ell$  : lead time medido em unidade de tempo

assim:

**Eq. 13 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – Formulação do produto**

$$\sigma_{DL}^2 = \mu_\ell^2 \cdot \sigma_d^2 + \mu_d^2 \cdot \sigma_\ell^2 + \sigma_d^2 \cdot \sigma_\ell^2$$

Há um erro de impressão em Brown (1962, p.367), quando é apresentada a fórmula da variância do produto (na notação de Brown:  $\sigma_\tau^2 = \hat{a}^2 \cdot S^2 + \tau^2 \cdot \sigma_1^2 + \sigma_1 \cdot S$ ), é mostrada a terceira parcela como produto dos desvios-padrão envolvidos, não como produto das variâncias como demonstrado por Mood et al. (1974, p.180). Vale ainda notar que a fórmula (**Eq. 13**) pressupõe que a demanda e o *lead time* sejam variáveis randômicas independentes.

Esta formulação também é apresentada por Corrêa et al. (2001, p.67), que indica o seu uso nas “situações em que a variabilidade ocorre tanto na demanda como no lead time de ressuprimento”

### 3.7. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS

#### 3.7.1. Formulação de Brown

Como foi visto, do ponto de vista puramente matemático e estatístico, o uso da formulação de Brown se restringe ao caso onde os tempos de ressuprimento compõem uma série de valores inteiros. Desta forma, seria de bom proveito avaliar-se o erro que se comete na estimativa do desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento usando a formulação proposta por Brown (1962) e valendo-se de uma série de valores fracionários para o *lead time*, o que será feito no Capítulo 6 para o caso particular ora estudado.

### 3.7.2. Formulação do produto

Com relação à formulação do produto, vale observar que há que se tomar cuidado com o entendimento de que se trata de um fenômeno que poderia ser modelado pela multiplicação das grandezas envolvidas (demanda e *lead time*), pois se tratam de grandezas randômicas e, nestes casos sabe-se que  $X + X \neq 2 \cdot X$ , quando  $X$  é uma variável aleatória. A formulação proposta evidencia esta natureza.

Vale observar também que Corrêa et al. (2001, p.68) afirmam que a expressão (**Eq. 13**), reapresentada por Brown (1982), “*é controversa e o mais comum de se encontrar na literatura e na prática das empresas é a formulação assumindo lead time constante e conhecido*”, além disso, Ballou (1993, p.217), discorrendo sobre previsão do tempo de ressuprimento, comenta que “*muitas empresas não mantêm registros atualizados do tempo de reposição para todos os itens de sua linha de produtos da mesma forma como fazem com suas vendas*” e termina comentando que “*naturalmente, todas as técnicas empregadas na previsão de vendas podem ser utilizadas na previsão do tempo de reposição. Caso dados históricos dos tempos de carência sejam usados para projetar os valores futuros, estes devem ser coletados de forma periódica. Poucas organizações o fazem e, é claro, a qualidade da sua gestão sofre com isso*”. Com base nesta última observação, acredita-se que a controvérsia mencionada anteriormente deve-se provavelmente ao fato de que o uso da fórmula leva a valores muito grandes de estoque que na prática observa-se não ser necessário. A proposta de nova formulação para o problema, como apresentada no próximo capítulo, mostra porque para valores “grandes” de *lead time* implicam em valores de estoque superestimados, caso seja usada a formulação do produto de variáveis como sugerido por Brown.

### 3.7.3. Natureza das distribuições envolvidas e estoque de segurança

Assim, conclui-se o presente capítulo chamando a atenção para o fato de que em nenhum momento foi formulada alguma hipótese sobre o tipo de distribuição das variáveis aleatórias consideradas. Isto faz com que se possa afirmar que as fórmulas (**Eq. 2**) e (**Eq. 13**) valem para qualquer distribuição, normal ou não, que represente a aleatoriedade da demanda e do *lead time*. Todavia há que se tomar cuidado no estabelecimento de estoque de segurança pela aplicação de um fator multiplicador ao desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento associado ao nível de serviço pretendido. Pois, caso sejam adotados valores a partir da distribuição normal, que estimam a probabilidade de não haver falta de

estoque, está se assumindo que a distribuição decorrente da combinação das distribuições de demanda e *lead time* é uma distribuição normal, o que não é necessariamente verdadeiro, nem assumindo as hipóteses que levaram à formulação (**Eq. 2**) nem tampouco as que levaram à formulação (**Eq. 13**).

Cabe, portanto, aprofundar a análise da distribuição resultante da combinação das distribuições de demanda e *lead time*, o que pode ser feito com base nas indicações de Mood et al. (1974, p.187) para a formulação da **Eq. 13** e Mood et al. (1974, p.197) para a formulação da **Eq. 2**, para que se possa determinar com maior precisão a probabilidade de falta de estoque, com base na variância da demanda durante o tempo de ressuprimento. Mas este aprofundamento não é escopo desta dissertação.

## 4. NOVA FORMULAÇÃO PARA O CÁLCULO DA VARIABILIDADE DA DEMANDA DURANTE O TEMPO DE RESSUPRIMENTO – TEMPO DE RESSUPRIMENTO RANDÔMICO

### 4.1. LIMITAÇÕES DA FORMULAÇÃO ATUAL

No capítulo anterior, observou-se que o cálculo do desvio-padrão da demanda durante o *lead time* com base na formulação de Brown teoricamente está restrito às situações onde os tempos de ressuprimento devem ser números inteiros de períodos de apuração das demandas. Sabe-se que muitas vezes esta restrição não condiz com a realidade dos dados com que se trabalha. Apesar disto, tradicionalmente se usa a formulação para os casos onde os tempos de ressuprimento não são inteiros, sem uma análise adequada do erro que está se cometendo ao fazê-lo.

Neste capítulo apresenta-se uma formulação do cálculo do desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, de modo que ela possa ser aplicada para qualquer série randômica de *lead times*, sejam inteiros ou reais, assumindo-se a hipótese de uniformidade definida no item 2.3 desta dissertação.

### 4.2. NOVA DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME

No Capítulo 2, definiu-se (Eq. 9) uma nova função demanda durante o lead time para o caso em que o tempo de ressuprimento é constante e a hipótese de uniformidade é válida, como reproduzido a seguir:

$$DL = \sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}, D \in \mathfrak{R}, \alpha \in \mathfrak{R}, N \in \mathbb{N}$$

onde :

$DL$  : demanda durante o tempo de ressuprimento (*lead time*);

$D$  : demanda variável aleatória apurada numa série de períodos

consecutivos e independentes com média  $\mu_D$  e desvio - padrão  $\sigma_D$ ;

$D_i, D_{i+1}$  : uma ocorrência da variável aleatória;

$N$  : número inteiro de períodos considerados, ou seja,

é igual a parte inteira do lead - time ( $N = INT(L)$ );

$\alpha$  : parte decimal do lead - time ( $\alpha = L - INT(L)$ );

$L = N + \alpha$

No caso em que o tempo de ressuprimento não é constante, basta considerar nesta definição o *lead time*  $L$  também como uma variável aleatória como a própria demanda. Assim, estabelece-se uma nova definição para a função demanda durante o *lead time*, como uma função de duas variáveis randômicas, como segue:

**Eq. 14 – Formulação da função demanda durante o *lead time* – *Lead time* aleatório – Proposta**

$$DL = f(D, L)$$

$$DL = \sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}, D \in \mathfrak{R}, \alpha \in \mathfrak{R}, 0 \leq \alpha < 1, N \in \mathbb{N}$$

onde :

$DL$  : demanda durante o tempo de ressuprimento (*lead time*);

$D$  : demanda variável aleatória apurada numa série de períodos

consecutivos e independentes com média  $\mu_D$  e desvio - padrão  $\sigma_D$ ;

$D_i, D_{i+1}$  : uma ocorrência da variável aleatória;

$N$  : número inteiro de períodos considerados, ou seja,

é igual a parte inteira do lead - time ( $N = INT(L)$ );

$\alpha$  : parte decimal do lead - time ( $\alpha = L - INT(L)$ );

$L$  : lead time variável aleatória apurada numa série de ocorrências

consecutivas e independentes com média  $\mu_L$  e desvio - padrão  $\sigma_L$ ;

$L = N + \alpha$ .



### 4.3. ESPERANÇA DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME – MÉDIA

Por se tratar de uma função de duas variáveis aleatórias, é necessário se trabalhar com conceitos de expressões condicionais. Particularmente, no caso da Esperança (média), considera-se a relação entre Esperança e Esperança Condicional (Mood et al., 1974, p.158), como segue:

$$DL = f(D, L) \Rightarrow E[DL] = E[f(D, L)] = E[E[f(D, L)|_L]] \Rightarrow E[DL] = E[E[DL|_L]]$$

Como  $DL = \sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}$ , vem:

$$E[DL] = E\left[E\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right]\right], \text{ sabe-se que para } L \text{ constante tem-se (item 2.4):}$$

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right] = L \cdot \mu_D$$

$$\text{Assim, } E[DL] = E[L \cdot \mu_D] = \mu_D \cdot E[L] \Rightarrow E[DL] = \mu_D \cdot \mu_L \Rightarrow$$

**Eq. 15 – Média da demanda durante o lead time – Proposta**

$$\boxed{\mu_{DL} = \mu_D \cdot \mu_L}$$

Portanto, a média da demanda durante o *lead time* é dada pelo produto da média da demanda e da média do *lead time*.

### 4.4. DESVIO-PADRÃO DA FUNÇÃO DEMANDA DURANTE O LEAD TIME

Similarmente ao item anterior, trata-se de uma função de duas variáveis aleatórias, conseqüentemente é necessário trabalhar-se com conceitos de expressões condicionais. No caso do desvio-padrão, precisa-se obter a Variância da função, para isso deve ser usada a relação entre Variância e Variância Condicional (Mood et al., 1974, p.159), como segue:

$$DL = f(D, L) \Rightarrow V[DL] = V[f(D, L)] = E[V[f(D, L)|_L]] + V[E[f(D, L)|_L]] \Rightarrow V[DL] = E[V[DL|_L]] + V[E[DL|_L]]$$

Como  $DL = \sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}$ , vem:

$$V[DL] = E\left[V\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right]\right] + V\left[E\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right]\right],$$

sabe-se que para L constante tem-se (item 2.4):

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right] = L \cdot \mu_D \text{ e } V\left[\left(\sum_{i=1}^N D_i + \alpha \cdot D_{i+1}\right)|_L\right] = (L - \alpha + \alpha^2) \cdot \sigma_D^2$$

$$\begin{aligned} \text{Assim, } V[DL] &= E[(L - \alpha + \alpha^2) \cdot \sigma_D^2] + V[L \cdot \mu_D] = \sigma_D^2 \cdot E[(L - \alpha + \alpha^2)] + \mu_D^2 \cdot V[L] = \\ &= \sigma_D^2 \cdot \{E[L] - E[\alpha] + E[\alpha^2]\} + \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 = \sigma_D^2 \cdot \{\mu_L - E[\alpha] + E[\alpha^2]\} + \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 \Rightarrow \\ V[DL] &= \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot \{E[\alpha] - E[\alpha^2]\}, \end{aligned}$$

lembrando que (A.2.3.a):  $V[\alpha] = E[\alpha^2] - (E[\alpha])^2 \Rightarrow E[\alpha^2] = V[\alpha] + (E[\alpha])^2$ , então

$$V[DL] = \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot \{E[\alpha] - (E[\alpha])^2 - V[\alpha]\}$$

Definindo  $\mu_\alpha = E[\alpha]$  e  $\sigma_\alpha^2 = V[\alpha]$ , vem:

$$V[DL] = \mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot \{\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2\} \Rightarrow$$

**Eq. 16 – Desvio-padrão da demanda durante o *lead time* – Proposta**

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}$$

Portanto, a nova definição proposta para o desvio-padrão da demanda durante o *lead time* mostra que existe uma parcela que depende da distribuição (média  $\mu_\alpha$  e desvio-padrão  $\sigma_\alpha$ ) das partes decimais dos números que compõem a série aleatória de *lead times*.

Evidencia-se assim que, para poder-se calcular o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, quando o *lead time* não é inteiro e a hipótese de uniformidade é válida, é necessário que se conheça a

série real de *lead times*, ou seja, não basta conhecer a média e o desvio-padrão da distribuição de *lead times* ( $\mu_L$  e  $\sigma_L$ ).

Ressalta-se ainda que, no caso em que os *lead times* são menores do que 1, ou seja,  $L = \alpha$ , o desvio-padrão da demanda durante o *lead time* será dado por:

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)} \xrightarrow{L=\alpha} \sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_L - \mu_L^2 - \sigma_L^2)} \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L^2 \cdot \sigma_D^2 + \sigma_D^2 \cdot \sigma_L^2}$$

Que nada mais é do que o desvio-padrão do produto de duas variáveis aleatórias e independentes, Mood et al. (1974, p.180). O que era de se esperar, pois pela definição da demanda durante o lead time apresentada na **Eq. 14**, tem-se:

$L = \alpha \Rightarrow N = 0 \Rightarrow DL = \alpha \cdot D$ , ou seja, a demanda DL é, de fato, o produto de duas variáveis aleatórias e independentes, quando os *lead times* são menores do que 1.

Para o caso em que os *lead times* são inteiros, tem-se:  $\mu_\alpha = 0$  e  $\sigma_\alpha = 0$  e, por conseguinte:

$$\sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)} \xrightarrow{\mu_\alpha=0, \sigma_\alpha=0} \sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (0 - 0 - 0)} \Rightarrow \sigma_{DL} = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}$$

Ou seja, está-se diante da formulação de Brown (1962).

Observa-se assim que tanto a formulação do produto, quanto a formulação de Brown são casos particulares da formulação mais geral ora proposta.

## 4.4. CÁLCULO DA MAJORAÇÃO ALFA

### 4.4.1 Definição da Majoração Alfa para Tempo de Ressuprimento Aleatório

Como definido no item 2.5 (**Eq. 11**), a majoração alfa é o quanto a formulação tradicional incrementa o desvio padrão da demanda durante o lead time. Para a situação em que o tempo de ressuprimento também é aleatório, é necessário ajustar a majoração alfa como segue:

<p>Formulação tradicional : <math>(\sigma_{DL})_T = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}</math></p> <p>Formulação proposta : <math>(\sigma_{DL})_P = \sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}</math></p> $\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{\sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}}{\sqrt{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2 - \sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}} \Rightarrow \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}}}$
--

Definem-se:  $F_\alpha = \mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2$  e os

Coeficientes de Variação das séries de demandas e *lead times*:  $v_D = \frac{\sigma_D}{\mu_D}$  e  $v_L = \frac{\sigma_L}{\mu_L}$

Assim,

$$\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}}} \stackrel{\sigma_D \neq 0}{=} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{F_\alpha}{\frac{\mu_D^2}{\sigma_D^2} \cdot \sigma_L^2 + \mu_L}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{F_\alpha}{\frac{v_L^2}{v_D^2} \cdot \mu_L^2 + \mu_L}}} \Rightarrow$$

$$\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_D^2 \cdot F_\alpha}{v_L^2 \cdot \mu_L^2 + v_D^2 \cdot \mu_L}}} \Rightarrow$$

**Eq. 17 – Majoração alfa – Lead time aleatório**

$M_\alpha = \frac{(\sigma_{DL})_T - (\sigma_{DL})_P}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} - 1 \Rightarrow M_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_D^2 \cdot F_\alpha}{v_L^2 \cdot \mu_L^2 + v_D^2 \cdot \mu_L}}} - 1, v_D \neq 0$
---

Se  $\sigma_D = 0$ , vem:  $\frac{(\sigma_{DL})_T}{(\sigma_{DL})_P} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_D^2 \cdot (\mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2)}{\mu_D^2 \cdot \sigma_L^2 + \mu_L \cdot \sigma_D^2}}} \stackrel{\sigma_D=0}{=} 1 \Rightarrow M_\alpha = 0$

#### 4.4.2 Estudo do Fator Alfa ( $F_\alpha$ )

Neste subitem procura-se identificar os extremos do valor de  $F_\alpha$ :  $\max(F_\alpha)$  e  $\min(F_\alpha)$ .

#### 4.4.2.a Máximo valor de $F_\alpha$

Sabe-se que  $F_\alpha = \mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2$ , portanto o maior valor será obtido quando se tem:

$$\max(F_\alpha) = \max(\mu_\alpha - \mu_\alpha^2) - \min(\sigma_\alpha^2).$$

Ressalta-se que está se buscando o maior valor possível qualquer que seja o tipo de distribuição da parte fracionária do *lead time*, pois supõe-se que se pode escolher de forma independente os valores de  $\mu_\alpha$  e  $\sigma_\alpha$ .

Por sua vez,  $\max(\mu_\alpha - \mu_\alpha^2) \Rightarrow \mu_\alpha = 0,5$  e  $\min(\sigma_\alpha^2) \Rightarrow \sigma_\alpha = 0$

Então,  $\boxed{\max(F_\alpha) = 0,25}$

Observar que esta situação só é alcançada quando todas as ocorrências de  $\alpha$  são iguais a 0,5.

#### 4.4.2.b Mínimo valor de $F_\alpha$

Sabe-se que  $F_\alpha = \mu_\alpha - \mu_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2$ , lembrando que  $V[\alpha] = E[\alpha^2] - (E[\alpha])^2$ , pode-se escrever:

$$F_\alpha = E[\alpha] - (E[\alpha])^2 - V[\alpha] = E[\alpha] - (E[\alpha])^2 - \{E[\alpha^2] - (E[\alpha])^2\} \Rightarrow F_\alpha = E[\alpha] - E[\alpha^2]$$

Como  $0 \leq \alpha < 1 \Rightarrow \alpha \geq \alpha^2 \Rightarrow E[\alpha] \geq E[\alpha^2] \Rightarrow F_\alpha \geq 0$

Então,  $\boxed{\min(F_\alpha) = 0}$

#### 4.4.3 Maiores valores para a Majoração Alfa

Observa-se que os maiores valores para a Majoração Alfa ( $\mathbf{M}_\alpha$ ) são obtidos quando o Fator Alfa ( $\mathbf{F}_\alpha$ ) é máximo, assim:

$$M_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_D^2 \cdot F_{\alpha}}{v_L^2 \cdot \mu_L^2 + v_D^2 \cdot \mu_L}}} - 1 \Rightarrow \text{máx}(M_{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_D^2 \cdot \text{máx}(F_{\alpha})}{v_L^2 \cdot \mu_L^2 + v_D^2 \cdot \mu_L}}} - 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{máx}(M_{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,25 \cdot v_D^2}{v_L^2 \cdot \mu_L^2 + v_D^2 \cdot \mu_L}}} - 1}$$

Fazendo  $\kappa_{LD} = \frac{v_L}{v_D}$  ( $v_D \neq 0$ ), ou seja, a relação entre o coeficiente de variação da série de *lead times* e o coeficiente de variação da série de demandas, pode-se escrever:

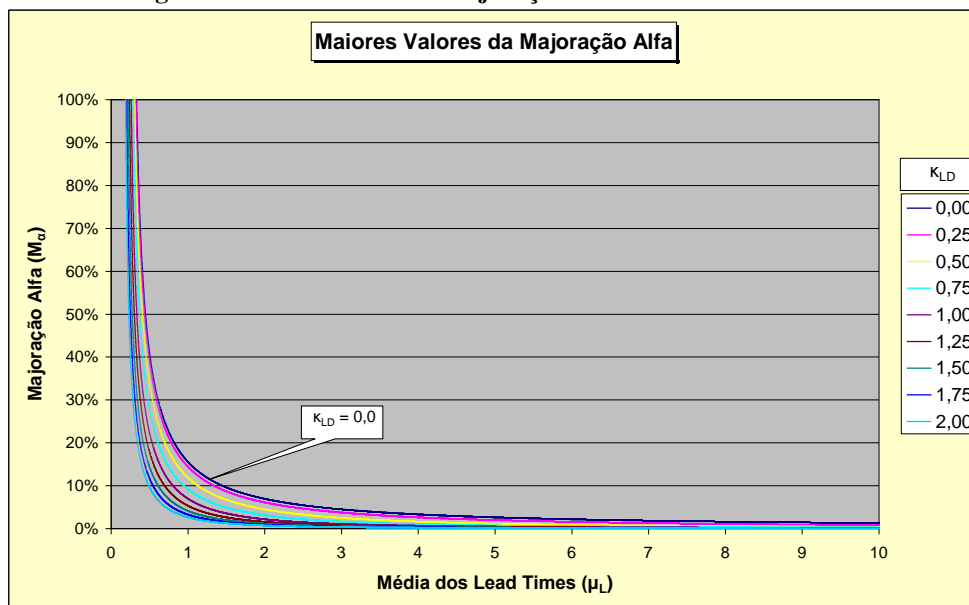
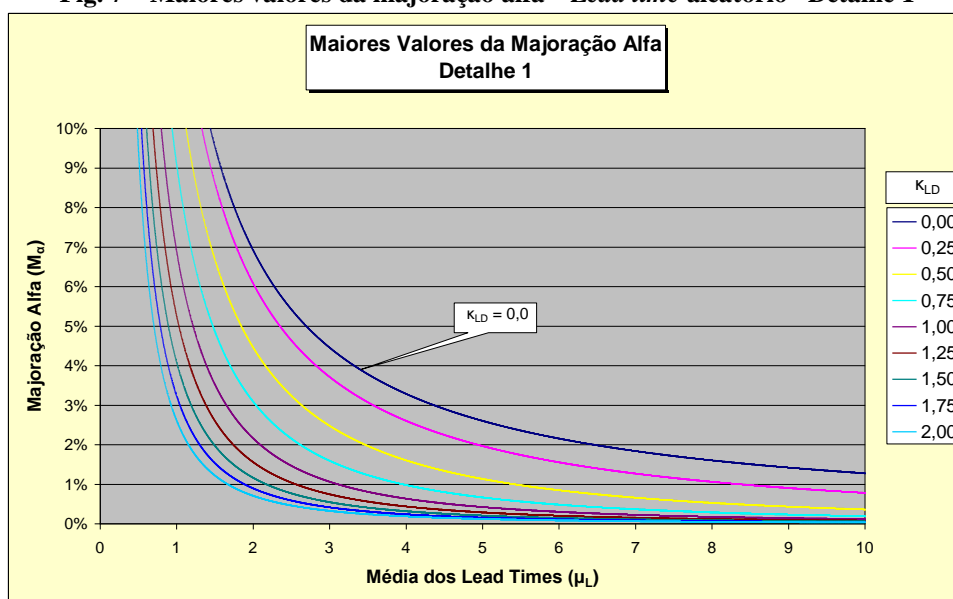
**Eq. 18 – Valores máximos da majoração alfa – *Lead time* aleatório**

$$\boxed{\text{máx}(M_{\alpha}) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,25}{\kappa_{LD}^2 \cdot \mu_L^2 + \mu_L}}} - 1}$$

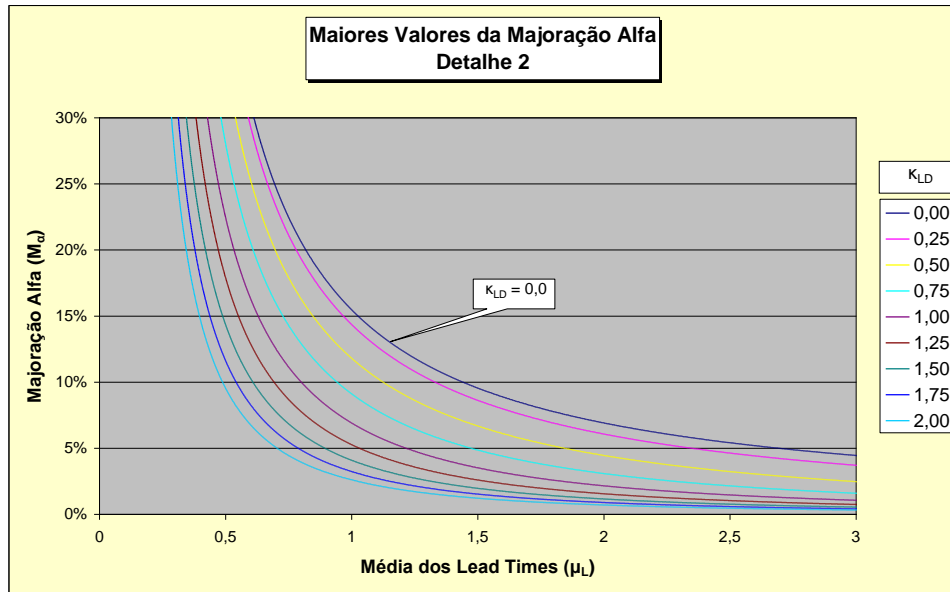
Observa-se que os maiores valores da Majoração Alfa são função da média da série de *lead times* ( $\mu_L$ ) e da relação entre os coeficientes de variação da série de *lead times* e da série de demandas ( $\kappa_{LD}$ ).

A figura 6 a seguir mostra graficamente como a Majoração Alfa varia com o *lead time*. Consta-se que para médias de *lead time* menores do que 1 o desvio-padrão pode ser majorado em mais do que 100%. Outra informação importante que se pode obter do gráfico é que quanto maior a relação entre os coeficientes de variação, menores são os valores da Majoração Alfa e, portanto, as maiores diferenças entre a formulação tradicional e a formulação proposta são encontradas nos casos onde  $\kappa_{LD} = 0$ , ou seja, quando o coeficiente de variação dos *lead times* é nulo ( $v_L = 0$ ), ou ainda, quando o *lead time* é constante ( $\sigma_L = 0$ ).

No Detalhe 1, apresentado na figura 7, independentemente da relação entre os coeficientes de variação do *lead time* e da demanda, nota-se que para média de *lead times* maiores do que 3 a diferença entre a formulação tradicional e a nova não passa dos 5% e para médias maiores do que 6 esta diferença não passa dos 3%. Para valores entre 2 e 3 observa-se que a diferença pode atingir valores próximos a 7%, para certas relações entre os coeficientes de variação ( $\kappa_{LD}$ ).

Fig. 6 – Maiores valores da majoração alfa – *Lead time* aleatórioFig. 7 – Maiores valores da majoração alfa – *Lead time* aleatório – Detalhe 1

No detalhe 2, apresentado na figura 8, percebe-se que para médias de lead times com valores entre 1 e 2, a Majoração Alfa chega, inclusive, a alcançar valores maiores do que 15% em algumas situações.

Fig. 8 – Maiores valores da majoração alfa – *Lead time* aleatório –Detalhe 2

É apresentado a seguir, a título de ilustração, gráfico que mostra as curvas de Iso-Majoração Alfa de 10% a 100%, e um que detalha estas curvas para valores entre 1% e 10%:

$$\hat{M} = \max(M_\alpha) \Rightarrow \kappa_{LD} = \frac{1}{\mu_L} \sqrt{\frac{0,25}{1 - \frac{1}{(\hat{M} + 1)^2}} - \mu_L}$$

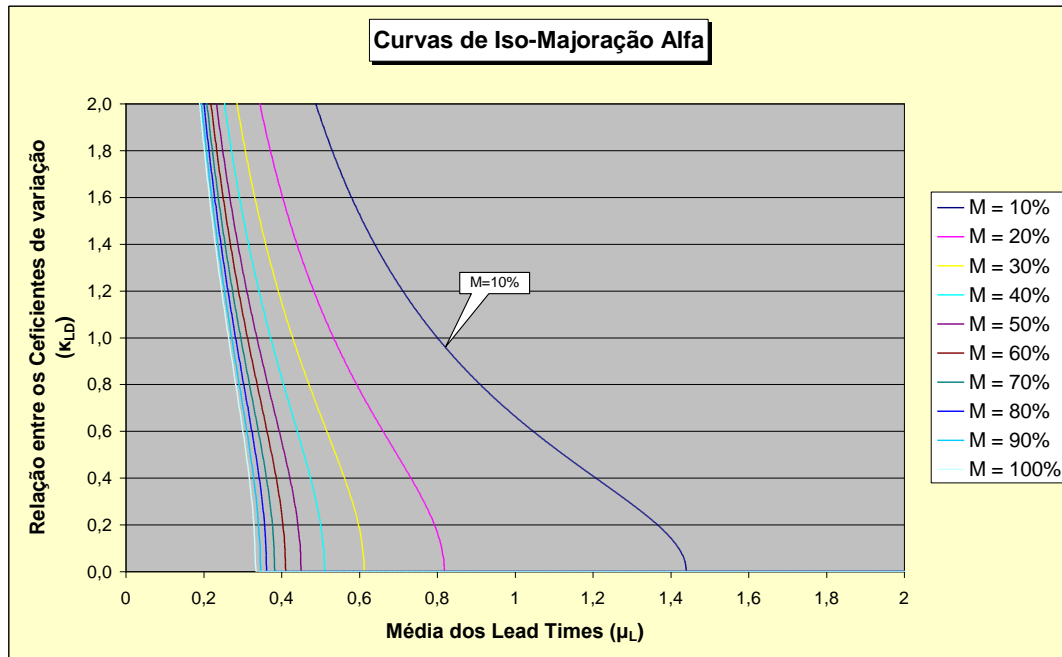
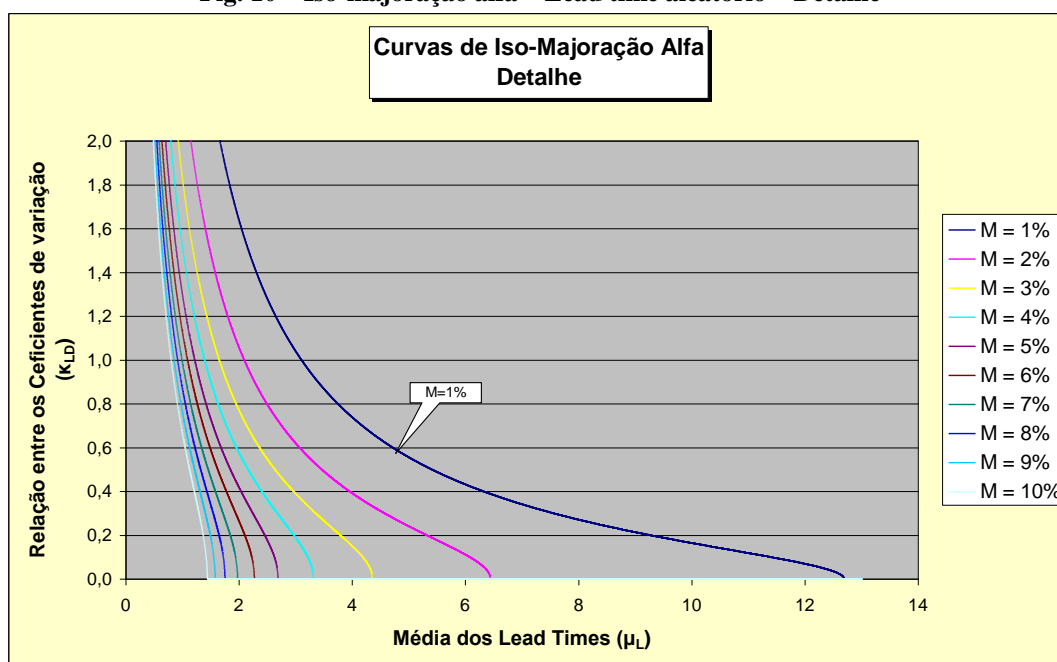
Fig. 9 – Iso-majoração alfa – *Lead time* aleatório



Fig. 10 – Iso-majoração alfa – Lead time aleatório – Detalhe



Obs.: Cada uma destas curvas apresenta os mesmos valores máximos da Majoração Alfa, lembrar que a Majoração Alfa como definida depende de  $\mu_\alpha$  e  $\sigma_\alpha$ .

## 5. SIMULADOR

Comentou-se no item 2 que normalmente não se conhece diretamente o valor médio da demanda durante o tempo de ressuprimento e nem o seu desvio-padrão. Entretanto, como foi visto nos capítulos anteriores é possível obter de forma aproximada estes valores a partir do conhecimento da série randômica das demandas e da série randômica dos tempos de ressuprimento.

Como foi proposta uma formulação diferente da tradicionalmente utilizada, pretende-se ilustrar as demonstrações estatísticas com exemplos numéricos. Para isso, por não se dispor de dados sobre demandas durante o lead time diretamente apuradas, desenvolveu-se neste capítulo dois simuladores em planilha eletrônica que a partir de séries randômicas de demanda e tempo de ressuprimento geradas pelo software, obtêm diretamente uma série de demandas durante o tempo de ressuprimento. O primeiro modelará a sistemática de ponto do pedido e o segundo modelará a sistemática de revisão periódica de estoque. Lembrar que ambos consideram a hipótese de uniformidade.

Desta forma, será possível no capítulo seguinte que sejam efetuadas comparações entre as duas formulações verificando se as diferenças previstas entre as mesmas estão se confirmando nos resultados simulados, para ambas as sistemáticas de controle de estoque.

### 5.1. GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

Para o desenvolvimento dos simuladores é necessário um gerador de números aleatórios. E como acontece em muitos fenômenos, a distribuição normal muitas vezes modela bem a distribuição de demandas e até de lead times. Entretanto, no que se refere ao *lead time* a distribuição de Poisson também é bastante usada. Assim, optou-se por trabalhar com estas duas distribuições.

O Excel, planilha eletrônica da Microsoft, dispõe em seus “Suplementos” de um conjunto de “Ferramentas de Análise”. Uma destas ferramentas, a “Geração de número aleatório” possibilita a geração de séries aleatórias com vários tipos de distribuição, entre elas a Normal e a Poisson.

Por exemplo, figura 11 apresenta o histograma relativo à geração de 65.535 números segundo uma distribuição normal ( $\mu = 0, \sigma = 1$ ) usando o recurso disponível no Excel.

E a figura 12 apresenta o histograma relativo à geração de 65.535 números segundo uma distribuição de Poisson com  $\lambda=5$ . Lembrando que numa distribuição de Poisson temos:  $\lambda = \mu = \sigma^2$ .

Fig. 11 – Histograma gerado pelo Excel – Distribuição normal

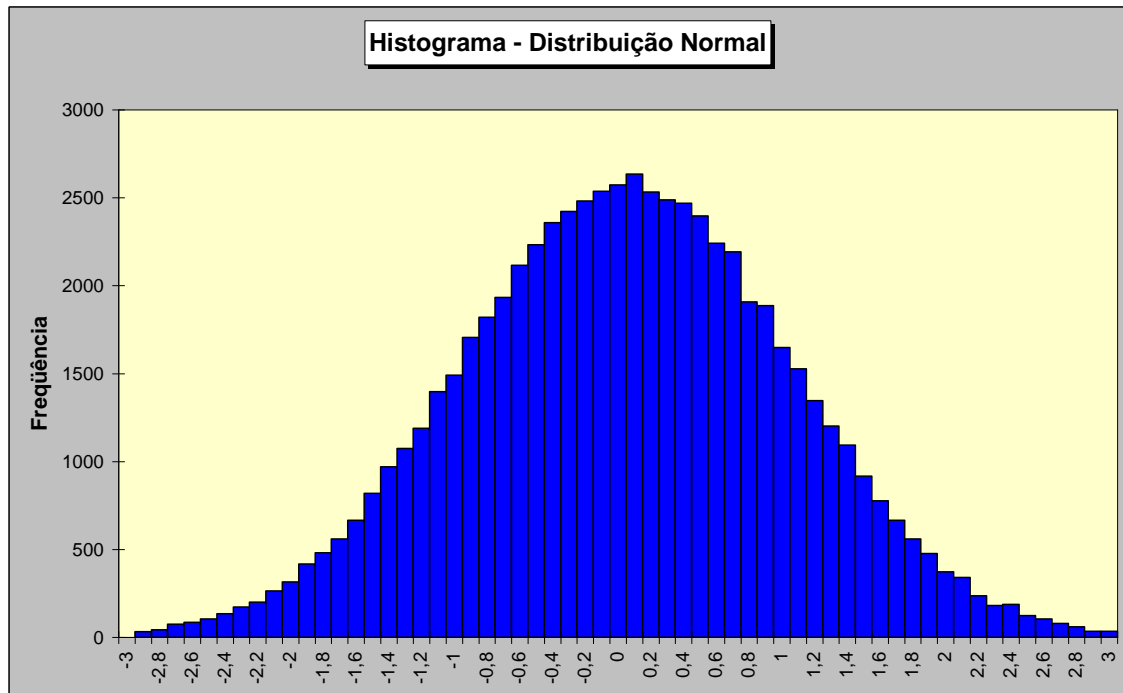
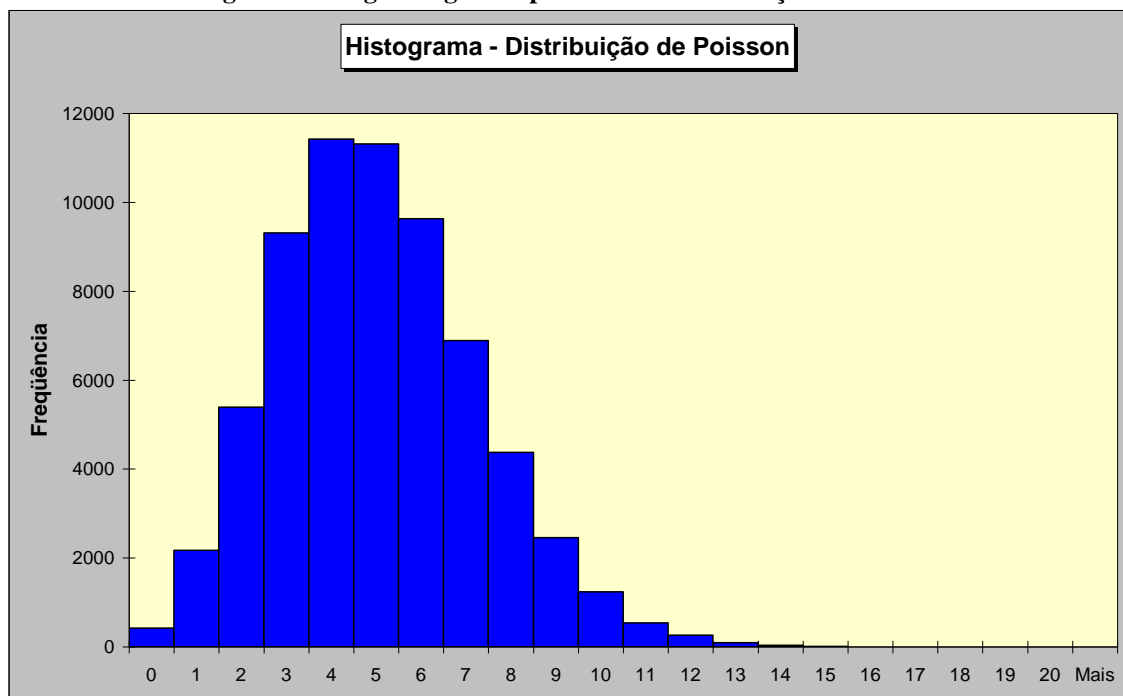


Fig. 12 – Histograma gerado pelo Excel – Distribuição de Poisson



Pode ser observado, assim, que o recurso disponível satisfaz como gerador de números aleatórios com distribuição normal ou de Poisson, para o nível de precisão com que normalmente se trabalha na apuração de demandas e *lead times*.

## 5.2. DEMANDA DURANTE O LEAD TIME

Usando o Gerador de Número Aleatório descrito no item anterior pode-se gerar uma série de números aleatórios que representam as demandas e uma série de números aleatórios que representam os *lead times*. A partir destas duas séries, com o uso do simulador, gera-se diretamente a série de demandas durante o *lead time*.

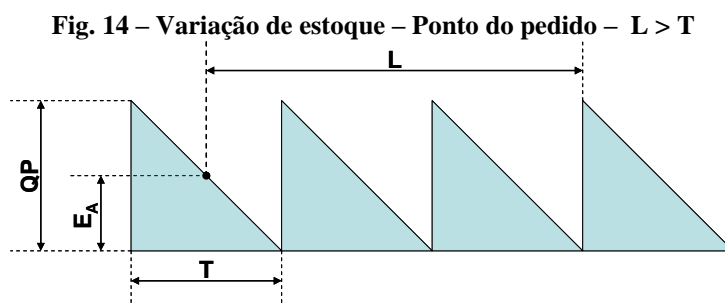
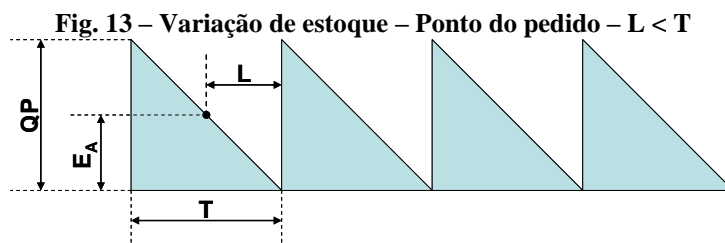
Como foi visto nos capítulos anteriores, a importância da nova formulação aparece quando se está trabalhando com uma série de *lead times* que não são números inteiros de períodos de apuração da demanda e é válida a hipótese de uniformidade. Pois, caso as demandas diárias e os *lead times* sejam números inteiros de dias a formulação tradicional é estatisticamente precisa, o mesmo acontece quando se trabalha com demandas semanais e os *lead times* são números inteiros de semanas. Portanto, no desenvolvimento dos simuladores preocupou-se em abordar a situação onde os *lead times* são quaisquer números reais de períodos de apuração.

Assim, modelou-se a situação onde a apuração da demanda é semanal e os *lead times* são apurados em dias. Observar que, tanto pela formulação tradicional quanto pela nova formulação é fundamental que os *lead times* sejam medidos em períodos de apuração de demanda, ou seja, não se pode usar demandas semanais com *lead time* medido em dias, quer sejam inteiros ou reais, precisa-se medi-los também em semanas. Considerando que normalmente, eles são apurados em números inteiros de dias, observa-se que se está, de fato, tratando de *lead times* não inteiros quando a unidade de tempo é a semana ( $1 \text{ dia} \approx 0,14 \text{ semana}$ ), portanto, como mostrado nesta dissertação, a formulação proposta, supondo a hipótese de uniformidade, apresenta valores mais próximos para a demanda durante o *lead time* do que a formulação tradicional, o que será exemplificado com o uso dos simuladores.

### 5.2.1 PONTO DO PEDIDO

Usou-se primeiramente na simulação a estratégia do Ponto do Pedido, ou seja, sempre que o estoque total (E) ao final do dia for menor ou igual a um determinado valor (PP) será disparado um pedido de determinado tamanho (QP – quantidade do pedido).

As figuras a seguir representam aproximadamente como o estoque varia com o tempo quando a demanda e o *lead time* são constantes, tanto nos casos onde o *lead time* é menor que o tempo do ciclo de reposição de estoque ( $T$ ), quanto no caso em que o *lead time* é maior:



Fazendo  $D$  a demanda, tem-se que:  $D = \frac{QP}{T}$

O Ponto do Pedido (PP) é dado pela quantidade esperada de produto a ser consumido durante o tempo de ressuprimento:  $PP = D \cdot L$

O estoque total ( $E$ ) é dado pelo estoque de produto já armazenado ( $E_A$ ) acrescido dos pedidos efetuados ainda não recebidos (estoque que está em transito –  $E_T$ ):  $E = E_A + E_T$

Assim, o pedido será disparado sempre que o estoque total for menor ou igual ao Ponto do Pedido:

$$E \leq PP \Rightarrow E_A + E_T \leq D \cdot L$$

Além disso, trabalhou-se com ciclos semanais, assim:  $T = 1 \text{ semana}$  e

$$D = \frac{QP}{T} = \frac{QP}{1} = QP \Rightarrow QP = D, \text{ isto é, a quantidade do pedido é numericamente igual a demanda,}$$

quanto esta é apurada semanalmente. Observar que a unidade da demanda é diferente da quantidade do pedido, pois demanda é dada por uma quantidade dividida por tempo.

Como a demanda é apurada semanalmente e a análise do estoque para definição de novos pedidos se dá diariamente, e assumindo-se a hipótese de uniformidade, modelou-se um decréscimo linear de estoque durante a semana, como mostrado nas duas figuras anteriores.

Desta forma, controla-se diretamente a demanda entre o momento do pedido e o recebimento do mesmo.

Apresenta-se a seguir as três primeiras semanas de uma simulação, figuras 15, 16 e 17, para exemplificar o funcionamento do simulador.

Observa-se que os valores da série aleatória de demandas semanais são transformados linearmente em demandas diárias. Ao final do dia analisa-se o estoque de fechamento, se ele é menor ou igual ao ponto do pedido, dispara-se um pedido. Com este pedido, a partir da série aleatória de lead times, obtém-se o tempo que ele levará. Assim, é possível obter a demanda durante o lead time, somando-se as demandas diárias entre o dia seguinte ao pedido até o dia anterior ao recebimento. No exemplo apresentado, tem-se que ao final do dia 3, o estoque (2.045 m³) fica menor do que o ponto do pedido (2.062 m³), então é disparado o 1.º pedido. O lead time deste primeiro pedido é igual a 7 dias, portanto, este pedido será recebido no início do dia 11 e, assim, a demanda durante este lead time será dada pela soma das demandas diárias dos dias 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, ou seja:

$$519 + 519 + 519 + 519 + 501 + 501 + 501 = 3.579. \text{ E assim por diante.}$$

Fig. 15 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiros três termos da série aleatória de demandas

Semana	D (m³/semana)
1	3.632
2	3.510
3	4.411

Fig. 16 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiros três termos da série aleatória de lead times

Semana	LT (dia)
1	7
2	1
3	4

Fig. 17 – Simulador – Ponto do pedido – Primeiras três semanas da simulação

Estoque Inicial (m³)				3602	Demanda Média (m³/semana)				3602					
Ponto do Pedido (m³)				2062	Lead Time Médio (semana)				0,572 (4 dias)					
Quantidade do Pedido (m³)				3602										
Dia	Semana	Demanda Diária	É dia de Recebimento	Estoque Abertura	Recebimento	Estoque Fechamento	A Receber	Total	Abrir Pedido	Número Próximo Pedido	Recebimento Próximo Pedido	Recebimentos Anteriores	Próximos Recebimentos	DDL
0	0	0	0	0	3602,247678	3602,247678	0	3602,2	FALSO					
1	1	519	FALSO	3602,2477	0	3083,247678	0	3083,2	FALSO					
2	1	519	FALSO	3083,2477	0	2564,247678	0	2564,2	FALSO					
3	1	519	FALSO	2564,2477	0	2045,247678	0	2045,2	VERDADEIRO	1	11		/00011	3579
4	1	519	FALSO	2045,2477	0	1526,247678	3602,247678	5128,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
5	1	519	FALSO	1526,2477	0	1007,247678	3602,247678	4609,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
6	1	519	FALSO	1007,2477	0	488,247678	3602,247678	4090,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
7	1	519	FALSO	488,24768	0	-30,75232245	3602,247678	3571,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
8	2	501	FALSO	-30,752322	0	-531,7523224	3602,247678	3070,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
9	2	501	FALSO	-531,7523	0	-1032,752322	3602,247678	2569,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
10	2	501	FALSO	-1032,752	0	-1533,752322	3602,247678	2068,5	FALSO	1	11	/00011	/00011	
11	2	501	VERDADEIRO	-1533,752	3602,247678	1567,495355	0	1567,5	VERDADEIRO	2	13		/00013	501
12	2	501	FALSO	1567,4954	0	1066,495355	3602,247678	4668,7	FALSO	2	13	/00013	/00013	
13	2	501	VERDADEIRO	1066,4954	3602,247678	4167,743033	0	4167,7	FALSO	2	13			
14	2	501	FALSO	4167,743	0	3666,743033	0	3666,7	FALSO	2	13			
15	3	630	FALSO	3666,743	0	3036,743033	0	3036,7	FALSO	2	13			
16	3	630	FALSO	3036,743	0	2406,743033	0	2406,7	FALSO	2	13			
17	3	630	FALSO	2406,743	0	1776,743033	0	1776,7	VERDADEIRO	3	22		/00022	2520
18	3	630	FALSO	1776,743	0	1146,743033	3602,247678	4749	FALSO	3	22	/00022	/00022	
19	3	630	FALSO	1146,743	0	516,7430327	3602,247678	4119	FALSO	3	22	/00022	/00022	
20	3	630	FALSO	516,74303	0	-113,2569673	3602,247678	3489	FALSO	3	22	/00022	/00022	
21	3	630	FALSO	-113,257	0	-743,2569673	3602,247678	2859	FALSO	3	22	/00022	/00022	

### 5.2.2 REVISÃO PERIÓDICA

Para o desenvolvimento do simulador com a estratégia da Revisão Periódica, tomou-se por base o simulador anterior, efetuando as alterações necessárias, que, de fato, não são muitas. A primeira delas consiste em se disparar o pedido periodicamente, independente de qualquer análise de estoque. Denota-se o período da revisão de estoques por  $P$ . A outra alteração é na quantidade do pedido ( $QP$ ), que no caso da revisão periódica não é constante, mas sim a diferença entre um valor máximo estabelecido ( $Q_{\text{máx}}$ ) e o estoque total ( $E$ ), pois deve-se considerar os pedidos já efetuados ainda não recebidos ( $E_T$ ), além do estoque de produto já armazenado ( $E_A$ ).

As figuras 18 e 19 representam aproximadamente como o estoque varia com o tempo quando a demanda e o *lead time* são constantes, tanto nos casos onde o *lead time* é menor que o tempo do ciclo de reposição de estoque ( $T$ ), quanto no caso em que o *lead time* é maior:

Fig. 18 – Variação de estoque – Revisão periódica –  $L < T$

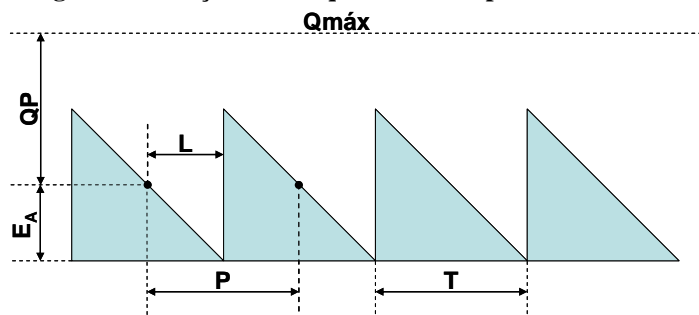
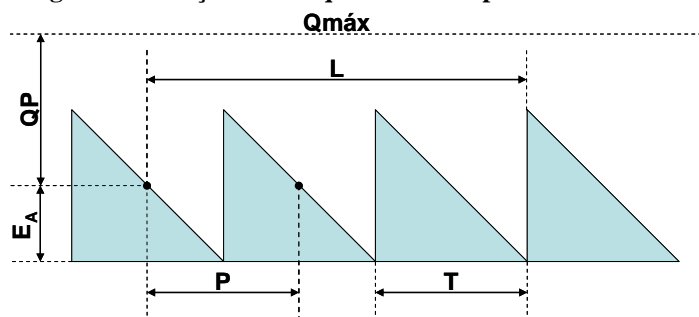


Fig. 19 – Variação de estoque – Revisão periódica –  $L > T$



Adotou-se para  $Q_{\text{máx}}$  o valor esperado da demanda durante o tempo de ressuprimento acrescido da demanda durante o período de revisão, conforme Ballou (1993, p. 224), assim obtém-se:

$$QP = Q_{\text{máx}} - E = (D \cdot L + D \cdot P) - (E_A + E_T) \Rightarrow QP = D \cdot (L + P) - (E_A + E_T)$$

Então, periodicamente será disparado um pedido igual à QP, como estabelecido anteriormente.

Além disso, trabalhou-se com ciclos semanais de revisão periódica de estoques ( $P = 1 \text{ semana}$ ).

Continuou-se modelando um decréscimo linear de estoque durante o período semanal de apuração de demanda, como mostrado nas duas figuras anteriores, pois se está assumindo a hipótese de uniformidade.

Apresenta-se a seguir, figuras 20, 21 e 22, as três primeiras semanas de uma simulação, para exemplificar o funcionamento do simulador baseado na sistemática de revisão periódica. Observa-se que foram adotadas as mesmas séries aleatórias de demandas e tempos de ressuprimento geradas para o modelo da sistemática por ponto do pedido.

Observar que os valores da série aleatória de demandas semanais são transformados linearmente em demandas diárias. Ao final de cada semana, dispara-se um pedido com o valor QP como estabelecido anteriormente.

No exemplo mostrado nas figuras, temos

$Q_{\text{máx}} = (D \cdot L + D \cdot P) = D \cdot (L + P) = 3.602 \times (0,5725 + 1) = 5.665m^3$ . A quantidade do 1.º pedido será  $QP = Q_{\text{máx}} - E = 5.665 - (-30 + 0) \Rightarrow QP = 5.695m^3$ . Com este pedido, similarmente ao modelo por ponto do pedido, a partir da série aleatória de lead times, obtém-se o tempo que ele levará. Assim, é possível obter a demanda durante o lead time, somando-se as demandas diárias entre o dia seguinte ao pedido até o dia anterior ao recebimento. O lead time deste primeiro pedido é igual a 7 dias, portanto, este pedido será recebido no início do dia 15 e, assim, a demanda durante este lead time será dada pela soma das demandas diárias dos dias 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14, ou seja:

$$501 + 501 + 501 + 501 + 501 + 501 + 501 = 3.510. \text{ E assim por diante.}$$

A análise estatística da série de demandas durante o lead time gerada no simulador permitirá comparar os resultados obtidos com a formulação tradicional e a nova formulação, o que será feito no próximo capítulo.



Fig. 20 – Simulador – Revisão periódica – Primeiros três termos da série aleatória de demandas

Semana	D (m³/semana)
1	3.632
2	3.510
3	4.411

Fig. 21 – Simulador – Revisão periódica – Primeiros três termos da série aleatória de lead times

Semana	LT (dia)
1	7
2	1
3	4

Fig. 22 – Simulador – Revisão periódica – Primeiras três semanas da simulação

Estoque Inicial (m³)				3602		Demanda Média (m³/semana)				3602					
Tempo do Pedido (dia)				7		Lead Time Médio (semana)				0,572 (4 dias)					
Quantidade Máxima (m³)				5665											
Dia	Semana	Demanda Diária	É dia de Recebimento	Estoque Abertura	Recebimento	Estoque Fechamento	A Receber	Total	Abrir Pedido	Quantidade do Pedido	Número Próximo Pedido	Recebimento Próximo Pedido	Recebimentos Anteriores	Próximos Recebimentos	DDLT
0	0	0		0	3602	3602	0	3602	FALSO						
1	1	519	FALSO	3602	0	3083	0	3083	FALSO	0					
2	1	519	FALSO	3083	0	2564	0	2564	FALSO	0					
3	1	519	FALSO	2564	0	2046	0	2046	FALSO	0					
4	1	519	FALSO	2046	0	1527	0	1527	FALSO	0					
5	1	519	FALSO	1527	0	1008	0	1008	FALSO	0					
6	1	519	FALSO	1008	0	489	0	489	FALSO	0					
7	1	519	FALSO	489	0	-30	0	-30	VERDADEIRO	5695	1		15	/00015	3510
8	2	501	FALSO	-30	0	-531	5695	5163	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
9	2	501	FALSO	-531	0	-1033	5695	4662	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
10	2	501	FALSO	-1033	0	-1534	5695	4160	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
11	2	501	FALSO	-1534	0	-2036	5695	3659	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
12	2	501	FALSO	-2036	0	-2537	5695	3157	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
13	2	501	FALSO	-2537	0	-3039	5695	2656	FALSO	0	1	15	/00015	/00015	
14	2	501	FALSO	-3039	0	-3540	5695	2154	VERDADEIRO	3510	2	16	/00015	/00015/00016	630
15	3	630	VERDADEIRO	-3540	5695	1524	3510	5034	FALSO	0	2	16	/00016	/00016	
16	3	630	VERDADEIRO	1524	3510	4404	0	4404	FALSO	0	2	16			
17	3	630	FALSO	4404	0	3774	0	3774	FALSO	0	2	16			
18	3	630	FALSO	3774	0	3144	0	3144	FALSO	0	2	16			
19	3	630	FALSO	3144	0	2514	0	2514	FALSO	0	2	16			
20	3	630	FALSO	2514	0	1884	0	1884	FALSO	0	2	16			
21	3	630	FALSO	1884	0	1254	0	1254	VERDADEIRO	4411	3	26		/00026	2306

## 6. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A FORMULAÇÃO PROPOSTA E A FORMULAÇÃO TRADICIONAL – EXEMPLOS

### 6.1. SÉRIES ALEATÓRIAS

No item 4.4.3 foi mostrado que os maiores valores da Majoração Alfa são função do  $\kappa_{LD}$ , que é a relação entre o coeficiente de variação da série de lead times ( $\nu_L$ ) e o coeficiente de variação da série de demandas ( $\nu_D$ ), e da média da série de lead times ( $\mu_L$ ). Observa-se que valores de  $\mu_L$  menores do que 1 implicam em grandes fatores de Majoração Alfa e que para valores entre 1 e 2 as diferenças são menores, mas ainda são significativas. Acima de 2 em algumas situações ainda há diferenças da ordem de 7%. Desta forma, trabalhou-se nos exemplos com três diferentes níveis de  $\mu_L$ , portanto para os lead times serão geradas séries aleatórias com distribuição de Poisson, conforme a figura abaixo:

Fig. 23 – Série de lead times – Referência

Lead Time					
Série Aleatória	$\mu_L=\lambda$		$\sigma_L=\text{raiz}(\lambda)$		$v_L$
	dias	semanas	dias	semanas	
L1	4	0,57	2	0,29	0,50
L2	9	1,29	3	0,43	0,33
L3	16	2,29	4	0,57	0,25

Escolheu-se, com base nos gráficos do item 4.4.3, também 3 níveis de valores para o  $\kappa_{LD}$ , procurando cobrir o conjunto das curvas apresentadas. Assim, optou-se por trabalhar com 1/2, 1 e 2, que, considerando os valores de  $\nu_L$  da Fig.23, definem os seguintes para valores para  $\nu_D$ :

Fig. 24 – Coeficientes de variação das demandas – Referência

$\nu_D$		$\kappa_{LD}$		
		0,5	1	2
$\nu_L$	0,50	1,00	0,50	0,25
	0,33	0,67	0,33	0,17
	0,25	0,50	0,25	0,13

Similarmente ao  $\mu_L$  e ao  $\kappa_{LD}$ , optou-se por escolher também três níveis de valores para a média da demanda ( $\mu_D$ ). Para a escolha dos valores, procurou-se cobrir valores de demanda observados em uma base de distribuição de derivados de petróleo, de modo que os resultados simulados permitissem mais diretamente a utilização da formulação ora proposta à realidade prática destas instalações. Assim considerou-se valores da mesma ordem de grandeza dos volumes movimentados em algumas destas bases: 900 m<sup>3</sup>/semana, 1.800 m<sup>3</sup>/semana e 3.600 m<sup>3</sup>/semana. Conseqüentemente, trabalhar-se-á na geração das distribuições normais das demandas com os desvios-padrão mostrados na figura 25. Vale registrar que as demandas negativas geradas aleatoriamente são consideradas nulas, desta forma, as médias obtidas diretamente das séries geradas são maiores que as de referência e os desvios-padrão menores, estas diferenças são tanto maiores quanto maiores forem os coeficientes de variação da demanda:

**Fig. 25 – Desvios-padrão das demandas – Referência**

$\sigma_D$ (m <sup>3</sup> /semana)		$\mu_D$ (m <sup>3</sup> /semana)		
		900	1.800	3.600
$v_L$	0,50	900,0	900,0	900,0
	0,33	600,0	600,0	600,0
	0,25	450,0	450,0	450,0

Para facilitar a identificação da composição dos exemplos, mostra-se na figura abaixo a denominação atribuída a cada uma destas referências de demandas:

**Fig. 26 – Denominação das demandas – Referência**

Série Aleatória		Demanda		
		$\mu_D$ (m <sup>3</sup> )		
		900	1.800	3.600
$v_L$	0,50	D1	D2	D3
	0,33	D4	D5	D6
	0,25	D7	D8	D9

A figura 27 mostra como os exemplos foram compostos com base na combinação de séries de lead times e séries de demandas:

**Fig. 27 – Composição dos exemplos – Referência**

Referências		Exemplo
Lead Time	Demanda	
L1	D1	Ex01
	D2	Ex02
	D3	Ex03
L2	D4	Ex04
	D5	Ex05
	D6	Ex06
L3	D7	Ex07
	D8	Ex08
	D9	Ex09

Para cada exemplo foram geradas três séries (A, B e C) distintas de 10.000 ocorrências para demanda e para o lead time. Com cada uma destas séries, simulou-se 18 vezes um período correspondente a 10 anos de controle diário de estoques totalizando:

$$18 \text{ simulações} \times 10 \frac{\text{anos}}{\text{simulação}} \times 52 \frac{\text{semanas}}{\text{ano}} \times 7 \frac{\text{dias}}{\text{semana}} = 65.520 \text{ dias. Este valor é próximo ao limite}$$

de capacidade da planilha Excel. Observar que, como foram simuladas demandas semanais e pedidos com periodicidade próxima à semanal, as séries de 10.000 ocorrências para demanda e para o lead time são suficientes para cobrir o número de dias simulado. Este procedimento foi adotado tanto para a sistemática do Ponto do Pedido quanto da Revisão Periódica. Com o objetivo de mostrarmos a quantidade de dias simulados, totalizou-se todo o esforço desenvolvido nesta dissertação:

$$2 \text{ sistemáticas} \times 9 \frac{\text{exemplos}}{\text{sistemática}} \times 3 \frac{\text{séries}}{\text{exemplo}} \times 18 \frac{\text{simulações}}{\text{série}} \times 10 \frac{\text{anos}}{\text{simulação}} \times 52 \frac{\text{semanas}}{\text{ano}} \times 7 \frac{\text{dias}}{\text{semana}} = 3.538.080 \text{ dias}$$

Os dados relativos aos valores de demanda e lead time que foram gerados estão apresentados no Apêndice A (A.1 a A.10). Vale observar que, no caso da demanda, os valores usados são iguais para as duas sistemáticas, visto que foi usada a mesma série aleatória e considerada a mesma quantidade de semanas (520 semanas). Para o lead time, há diferenças, pois a quantidade de pedidos efetivamente disparados é diferente para cada uma das sistemáticas e, portanto, o número de ocorrências dos lead times que compuseram a média e o desvio-padrão é diferente.

## 6.2. PONTO DO PEDIDO

Os resultados da simulação relativa ao ponto do pedido estão apresentados no Apêndice A (A.11 e A.12). A figura 28 apresenta o resumo das simulações para a sistemática do ponto do pedido, onde cada linha representa o valor médio dos parâmetros sob análise obtidos em cada um dos exemplos, ou

seja, cada linha consolida os dados das 54 simulações (3séries/exemplo×18 simulações/série) realizadas para cada um dos 9 exemplos:

**Fig. 28 – Resultados da simulação – Ponto do pedido**

PONTO DO PEDIDO																					
EX	Médias						Desvios-Padrão											Coeficientes de Variação			
	Demanda	Lead Time	Alfa	Dados	DDLTL		Demanda	Lead Time	Alfa	Dados	DDLTL						Majoração Alfa	Demanda	Lead Time	K <sub>D</sub>	
					Prod/Bro/Prop	abs					rel	Produto		Brown		Proposta					
												abs	rel	abs	rel	abs					rel
01	977	0,5729	0,4632	763	560	-27%	778	0,2837	0,2456	542	570	5%	651	20%	557	2,8%	17%	0,7973	0,4953	0,6217	
02	1808	0,5709	0,4610	1172	1032	-12%	876	0,2856	0,2473	722	761	6%	840	16%	749	3,8%	12%	0,4847	0,5003	1,0331	
03	3603	0,5705	0,4599	2130	2055	-3%	899	0,2849	0,2459	1156	1176	2%	1231	7%	1168	1,0%	5%	0,2495	0,4995	2,0041	
04	917	1,2836	0,4188	1328	1178	-11%	564	0,4274	0,2888	678	858	27%	749	11%	715	5,6%	5%	0,6147	0,3330	0,5424	
05	1801	1,2864	0,4180	2400	2316	-3%	598	0,4306	0,2879	970	1122	16%	1030	6%	1002	3,3%	3%	0,3319	0,3347	1,0095	
06	3602	1,2835	0,4184	4667	4624	-1%	603	0,4280	0,2876	1655	1745	5%	1687	2%	1669	0,8%	1%	0,1674	0,3335	1,9943	
07	905	2,2888	0,4333	2160	2071	-4%	442	0,5708	0,2853	797	1163	46%	845	6%	825	3,6%	2%	0,4882	0,2494	0,5113	
08	1799	2,2834	0,4268	4154	4107	-1%	452	0,5693	0,2855	1203	1477	23%	1231	2%	1218	1,2%	1%	0,2515	0,2493	0,9923	
09	3600	2,2877	0,4289	8259	8235	0%	451	0,5700	0,2861	2148	2311	8%	2162	1%	2155	0,3%	0%	0,1253	0,2492	1,9907	

Como pode ser observado, a formulação ora proposta apresentou para o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, em todos os exemplos, valores mais próximos do obtido diretamente do simulador do que a formulação tradicionalmente utilizada (Brown, 1962), ou mesmo do que os obtidos com o uso da formulação do produto. A Majoração Alfa evidencia a diferença entre os valores estimados com base na formulação de Brown com os valores estimados com base na formulação proposta.

Constata-se que, quanto maior a média do *lead time* e quanto maior o  $\kappa_{LD}$ , mais próximas ficam as duas formulações, como previsto na teoria, bem como apresentam resultados mais precisos quando comparados com os resultados obtidos diretamente do simulador para o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*.

Por outro lado, quando se lida com valores de *lead time* menores do que 1, obtiveram-se nos exemplos, com o uso da formulação tradicional, diferenças da ordem de 20%, enquanto que o maior erro encontrado com o uso da formulação ora proposta é da ordem de 6%

Observa-se também, como explicitado no desenvolvimento teórico que quanto menor a média do *lead time* mais a formulação do produto se aproxima dos dados simulados.

Cabe ressaltar que, ao se observar o valor da média da demanda durante o *lead time*, constata-se uma diferença que, no caso do Ex 01, chegou a quase 30% abaixo da média obtida na simulação. Verifica-se que quanto maior o coeficiente de variação da demanda maior é a diferença entre a média prevista

(produto das médias da demanda e do *lead time*) e média simulada. Este fato levanta uma questão importante, parece que, no caso em que o coeficiente de variação da demanda é grande, e se está adotando a sistemática de Ponto do Pedido, a média esperada para demanda durante o *lead time* não é bem representada pelo produto das médias, indicando que a hipótese de independência não se verifica, ou seja, o momento em que o pedido é disparado depende das ocorrências anteriores de demanda e de *lead time* e, conseqüentemente, a próxima ocorrência de demanda durante o tempo de ressuprimento não é independente da anterior. À medida que o coeficiente de variação diminui este erro também diminui.

## 6.2. REVISÃO PERIÓDICA

Os resultados da simulação relativa à revisão periódica estão apresentados no Apêndice A (A.13 e A.14). As simulações para a sistemática da revisão periódica estão resumidas na figura a seguir, onde, similarmente à sistemática anterior, cada linha representa o valor médio dos parâmetros para as 54 simulações também realizadas para cada um destes 9 exemplos:

**Fig. 29 – Resultados da simulação – Revisão periódica**

REVISÃO PERIÓDICA																				
EX	Médias						Desvios-Padrão											Coeficientes de Variação		
	Demanda	Lead Time	Alfa	Dados	DDLTL		Demanda	Lead Time	Alfa	Dados	DDLTL						Majoração Alfa	Demanda	Lead Time	κ <sub>LD</sub>
					Produto/Brown/abs	rel					Produto		Brown		Proposta					
											abs	rel	abs	rel	abs	rel				
01	977	0,5730	0,4633	561	560	-0,2%	778	0,2836	0,2458	558	570	2%	651	17%	557	-0,1%	17%	0,7973	0,4951	0,6214
02	1808	0,5700	0,4611	1033	1031	-0,2%	876	0,2868	0,2474	755	763	1%	841	11%	750	-0,6%	12%	0,4847	0,5033	1,0399
03	3603	0,5720	0,4623	2062	2061	-0,1%	899	0,2845	0,2466	1169	1175	1%	1230	5%	1167	-0,1%	5%	0,2495	0,4975	1,9966
04	917	1,2838	0,4188	1178	1178	0,0%	564	0,4269	0,2884	716	857	20%	749	5%	715	-0,1%	5%	0,6147	0,3326	0,5417
05	1801	1,2873	0,4167	2318	2318	0,0%	598	0,4306	0,2881	1002	1122	12%	1030	3%	1002	0,0%	3%	0,3319	0,3345	1,0094
06	3602	1,2801	0,4176	4610	4612	0,0%	603	0,4261	0,2868	1656	1737	5%	1680	1%	1662	0,4%	1%	0,1674	0,3329	1,9905
07	905	2,2875	0,4335	2066	2070	0,2%	442	0,5709	0,2852	820	1162	42%	845	3%	825	0,8%	2%	0,4882	0,2496	0,5118
08	1799	2,2836	0,4266	4106	4107	0,0%	452	0,5692	0,2850	1214	1477	22%	1231	1%	1218	0,4%	1%	0,2515	0,2492	0,9921
09	3600	2,2907	0,4294	8245	8246	0,0%	451	0,5699	0,2863	2158	2311	7%	2162	0%	2154	-0,2%	0%	0,1253	0,2488	1,9872

Como pode ser observado, similarmente à situação anterior, a formulação proposta apresentou para o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, em todos os exemplos, valores mais próximos do obtido diretamente do simulador do que a formulação de Brown ou do produto. A Majoração Alfa evidencia a diferença entre os valores estimados com base na formulação de Brown com os valores estimados com base na nossa proposta. Vale notar que os valores para a Majoração Alfa são praticamente os mesmos que os obtidos na sistemática do ponto do pedido. Isto acontece porque foram usadas as mesmas séries randômicas geradas para demanda e *lead time*. As pequenas diferenças

acontecem na quantidade de pedidos e, portanto de *lead times*, que foram considerados em cada uma das situações, mas mesmo assim, como se buscou uma periodicidade de 1 pedido por semana as quantidades de pedido foram próximas.

Ratifica-se a constatação de que, quanto maior a média do *lead time* e quanto maior o  $\kappa_{LD}$ , mais as duas formulações se aproximam, bem como apresentam resultados mais precisos quando comparados com os resultados obtidos diretamente do simulador para o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*.

Por outro lado, quando se lida com valores de *lead time* menores do que 1, chegou-se a obter nos exemplos, com o uso da formulação tradicional, diferenças da ordem de 17%, enquanto que o maior erro encontrado com o uso da formulação ora proposta, no caso da sistemática da revisão periódica, não chegou a 1% em módulo.

Ratifica-se também que quanto menor a média do *lead time*, mais a formulação do produto se aproxima dos dados simulados.

Cabe ressaltar que, no caso da sistemática de revisão periódica, o problema constatado no valor da média da demanda durante o *lead time* não se verificou. Evidenciando-se que nesta situação a hipótese de independência é perfeitamente válida. Por conseguinte, a formulação ora proposta modelou com muita precisão o comportamento da demanda durante o *lead time*, apresentando erros menores do que 1% tanto para a média quanto para o desvio-padrão.

## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 7.1. CONCLUSÕES

A importância de se conhecer as hipóteses simplificadoras de qualquer formulação matemática e/ou estatística que pretende modelar a realidade é inquestionável.

O modelo proposto por Brown (1962), que procura modelar uma situação onde há incerteza na demanda e no tempo de ressuprimento, apresenta grande interesse para a solução de problemas práticos relativos ao estabelecimento de níveis de estoque de segurança, associados a um nível de serviço que se pretende oferecer aos clientes.

Por isto, explicitaram-se, a partir da demonstração da formulação de Brown, cumprindo a primeira parte do objetivo, quais as hipóteses que devem ser satisfeitas para que a mesma seja utilizada, donde se destacam as suposições de que a demanda e o tempo de ressuprimento são variáveis randômicas independentes e que o tempo de ressuprimento deve ser medido em números inteiros de intervalos amostrais usados para o cálculo das demandas.

Com a precisa identificação das hipóteses, pôde-se generalizar a formulação para quaisquer valores do tempo de ressuprimento, sejam inteiros ou reais, desde que a hipótese de uniformidade seja válida, cumprindo a segunda parte do objetivo. Mostrou-se que a formulação de Brown, mais adequada para as situações onde o tempo de ressuprimento é “grande”, e a formulação do produto, mais adequada quando o tempo de ressuprimento é “pequeno”, são casos particulares da formulação ora proposta, identificando-se com precisão o que é “tempo de ressuprimento grande” e o que é “tempo de ressuprimento pequeno”. A terceira parte do objetivo foi cumprida com o dimensionamento das diferenças entre os valores obtidos pelas formulações de Brown, do produto e pela formulação que está sendo proposta, para o caso particular estudado.

Desenvolveu-se um simulador para verificação da adequação do uso da formulação proposta, tanto quando se adota uma sistemática de controle de estoques baseada no Ponto do Pedido, quanto se opta pela sistemática da Revisão Periódica. O simulador permitiu constatar que a sistemática da Revisão Periódica é mais bem modelada pelas formulações teóricas, sejam as tradicionais seja a que foi



proposta na presente dissertação. Além disso, foi possível se avaliar a ordem de grandeza do erro cometido quando é usada a formulação de Brown mesmo quando suas hipóteses de validade não são satisfeitas, para o caso particular ora estudado. Constataram-se nos exemplos simulados erros médios que chegaram a 20%, na estimativa do desvio-padrão da demanda durante o lead time, o que implicaria em estoques de segurança 20% maiores do que o necessário para um determinado nível de serviço. Por outro lado, a formulação proposta apresentou, para o caso da sistemática do Ponto do Pedido, erros médios de no máximo cerca de 6% e, para o caso da sistemática de Revisão Periódica, erros médios inferiores a 1%. E, assim, conclui-se a quarta parte do objetivo.

## **7.2. RECOMENDAÇÕES**

No decorrer do presente trabalho, foram feitas algumas opções e se restringiu a algumas das questões que se configuraram. Questões estas que se recomenda sejam abordadas, para que a modelagem matemática e estatística se torne cada vez mais precisa como instrumento que ajuda a prever as conseqüências nos estoques de segurança de estimativas para a demanda durante o tempo de ressuprimento.

Dentre elas, destacam-se:

### **7.2.1 Hipótese de Uniformidade**

Na presente dissertação foi estudado um caso particular em que as hipóteses que sustentam a formulação de Brown não são válidas. Entretanto, esta hipótese, por assumir que a demanda se mantém constante dentro do período de apuração, ou seja, admite que as retiradas são iguais neste período, ainda restringe o seu uso, portanto, recomenda-se generalizar a formulação de Brown para outras hipóteses de distribuição dentro do período de apuração da demanda..

### **7.2.2 Distribuição da Demanda Durante o Tempo de Ressuprimento**

A formulação de Brown, a formulação do produto e a formulação proposta não evidenciam que tipo de distribuição é a combinação das distribuições de demanda e tempo de ressuprimento. Por isso, o uso

de um fator a ser aplicado ao desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento, não necessariamente está associado ao fator correspondente a uma curva normal, portanto, há que se tomar cuidado ao associá-lo a uma probabilidade de falta de estoque e, conseqüentemente a um determinado nível de serviço.

### **7.2.3 Hipótese de Independência**

Como foi constatado, as formulações teóricas, que tem como premissa a independência entre as ocorrências da demanda durante o tempo de ressuprimento, apresentam erros maiores quando usadas para estimar a média e o desvio-padrão da demanda durante o tempo de ressuprimento no caso da sistemática do Ponto do Pedido, principalmente quando a série de demandas apresenta elevados valores para o coeficiente de variação. Evidencia-se, assim, que as hipóteses de independência não são adequadas para esta situação, desta forma, parece importante aprofundar o estudo buscando identificar-se o coeficiente de correlação de modo a tornar ainda mais preciso a modelagem para estes casos.

## REFERÊNCIAS

- Ballou, R. H. (2001). *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial*. São Paulo: Bookman Companhia Editora.
- Ballou, R. H. (1993). *Logística Empresarial – Transportes, Administração de Materiais, Distribuição Física*. São Paulo: Editora Atlas S.A.
- Ballou, R. H. (1981). *Estimating and auditing aggregate inventory levels at multiple stocking points*. Journal of Operations Management 1, 143-153.
- Bowersox, D. J. (1978). *Logistical Management*. Macmillan Publishing Co., New York.
- Brown, R. G. (1982). *Advanced service parts inventory control*. Norwich, VE, EUA> RGBrown Materials Management Systems, Inc.
- Brown, R. G. (1977). *Materials Management Systems: A Modular Library*. New York: John Wiley.
- Brown, R. G. (1967). *Decision Rules for Inventory Management*. Dryden Press, Hinsdale, IL.
- Brown, R. G. (1962). *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. N.J, Prentice Hall
- Brown, R. G. (1959). *Statistical Forecasting for Inventory Control*. N.Y, McGraw-Hill Book Company
- Chang, P. and Lin, C. T. (1991). *On the effect of centralization on expected costs in a multi-location newsboy problem*. Journal of the Operational Research Society 42, 1025-1030.
- Chen, M. S. and Lin, C. T. (1990). *An example of disbenefits of centralized stocking*. Journal of the Operational Research Society 41, 259-262.

Chopra, S. and Meindl, P.. (2004). *Gerenciamento da Cadeia de Suprimento*. São Paulo, Pearson Education do Brasil, 1.<sup>a</sup> reimpressão.

Corrêa, H. L.; Giansesi, I. G. N. e Caon, M. (2001). *Planejamento, programação e controle da produção*. São Paulo: Editora Atlas S.A. 4.<sup>a</sup> edição

Corrêa, J; (1979). *Gerência Econômica de Estoques e Compras*. Rio de Janeiro: Editora da Fundação Getúlio Vargas. 5.<sup>a</sup> edição

Fetter, R. B. and Dalleck, W. C. (1961). *Decision Models for Inventory Management*. Richard D. Irwin Inc., Homewood, IL.

Figueiredo, K. F., Fleury, P. F. e Wanke, P. (2003). *Logística e Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos*. Editora Atlas S.A., São Paulo.

Francischini, P. G. and Gurgel, F. A. (2002). *Administração de Materiais e do Patrimônio*. Thomson Pioneira., São Paulo.

Hadley, G. and Whitin, T. M. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.

Heskett, J. L., Glaskowsky, Jr., N. A. and Ivie, R. M. (1973). *Business Logistics*. The Ronald Press Company, New York.

Mood, A. M., Graybill, F. A. and Boes, D. C. (1974). *Introduction to the theory of statistics*. McGraw-Hill, Inc., N. Y.

Moura, C. E. (2004). *Gestão de Estoques*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda.,

Nahmias, S. (1997). *Production and Operations Analysis*. Richard D. Irwin Inc., Homewood, IL.

Patton, Jr., J. D. (1986). *Logistics Technology and Management*. The Solomon Press, New York.

Schwarz, L. B. e Weng, Z. K. (1999). *The design of a JIT supply chain: the effect of lead time uncertainty on safety stock*. Journal of Business Logistics, vol. 20, n. 1, 141-163.

Stadtler, H. and Kilger, C. (2005). *Supply Chain Management and Advanced Planning*. Springer, Berlin, Third Edition.

Starr, M. K. and Miller, D. W. (1962). *Inventory Control: Theory and Practice*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.

Tallon, W. J. (1993). *The impact of inventory centralization on aggregate safety stock: the variable supply lead time case*. Journal of Business Logistics, vol. 14, n. 1, 185-203.

Taylor, D.A. (2005). *Logística na cadeia de suprimentos – uma perspectiva gerencial*. Pearson Education do Brasil, São Paulo.

Wild, T. (1997). *Best Practice in Inventory Management*. New York: John Wiley.

Zinn, W.; Levy, M. e Bowersox, D. J. (1990). *Measuring the effect of inventory centralization/decentralization on aggregate safety stock: the 'Square Root Law' revisited*. Journal of Business Logistics, vol. 10, n. 1, 1-14.

Zinn, W. e Marmorstein, H. (1990). *Comparing two alternative methods of determining safety stock levels: the demand and the forecast systems*. Journal of Business Logistics, vol. 11, n. 1, 95-110.

## Apêndice A. SIMULAÇÕES

### A.1. MÉDIAS DAS DEMANDAS

Médias das Demandas (m³/semana)																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	937	1.000	978	952	979	1.005	979	947	975	1.006	1.026	950	919	1.009	1.014	958	964	911
	B	955	923	915	996	971	977	977	942	961	946	941	1.073	960	926	1.001	934	995	1.024
	C	1.034	1.015	1.026	1.014	972	993	950	970	984	969	947	982	979	1.005	979	1.017	958	1.038
2	A	1.804	1.807	1.751	1.790	1.779	1.824	1.817	1.771	1.822	1.836	1.857	1.806	1.842	1.684	1.791	1.843	1.765	1.797
	B	1.755	1.783	1.741	1.832	1.862	1.813	1.776	1.892	1.758	1.834	1.834	1.813	1.859	1.775	1.821	1.849	1.854	1.821
	C	1.798	1.846	1.806	1.756	1.843	1.796	1.792	1.822	1.766	1.793	1.819	1.866	1.829	1.787	1.796	1.863	1.793	1.810
3	A	3.685	3.623	3.597	3.621	3.600	3.589	3.618	3.572	3.570	3.609	3.585	3.550	3.601	3.575	3.574	3.649	3.505	3.600
	B	3.594	3.531	3.609	3.608	3.638	3.634	3.636	3.650	3.640	3.652	3.629	3.595	3.597	3.612	3.621	3.525	3.566	3.650
	C	3.595	3.608	3.549	3.553	3.635	3.615	3.628	3.665	3.568	3.637	3.604	3.616	3.565	3.604	3.622	3.498	3.654	3.620
4	A	916	895	969	928	902	924	889	923	944	903	924	910	942	907	916	909	964	895
	B	917	908	873	949	963	943	920	912	895	908	903	899	932	919	889	930	906	926
	C	938	972	919	934	910	915	944	908	913	932	881	871	900	925	900	921	891	914
5	A	1.823	1.791	1.784	1.775	1.794	1.811	1.825	1.790	1.810	1.799	1.758	1.804	1.815	1.775	1.799	1.808	1.830	1.834
	B	1.804	1.809	1.779	1.795	1.784	1.817	1.789	1.774	1.819	1.769	1.817	1.796	1.814	1.787	1.798	1.813	1.821	1.801
	C	1.822	1.781	1.833	1.790	1.806	1.776	1.819	1.837	1.759	1.808	1.814	1.739	1.790	1.808	1.811	1.804	1.833	1.786
6	A	3.563	3.599	3.567	3.563	3.619	3.597	3.627	3.566	3.582	3.602	3.608	3.620	3.601	3.614	3.605	3.617	3.563	3.609
	B	3.575	3.603	3.623	3.590	3.580	3.591	3.548	3.605	3.611	3.624	3.641	3.631	3.641	3.600	3.570	3.569	3.604	3.576
	C	3.582	3.619	3.604	3.590	3.610	3.697	3.636	3.613	3.592	3.621	3.604	3.588	3.633	3.618	3.598	3.616	3.615	3.590
7	A	919	895	891	885	901	910	922	897	911	903	871	907	914	883	905	909	927	929
	B	897	945	889	895	860	917	906	894	914	897	902	909	915	906	908	874	907	921
	C	909	885	912	916	885	875	955	896	899	928	890	936	907	906	908	904	909	905
8	A	1.782	1.800	1.815	1.787	1.773	1.812	1.791	1.828	1.801	1.773	1.796	1.786	1.804	1.822	1.807	1.786	1.793	1.788
	B	1.771	1.801	1.765	1.789	1.801	1.793	1.783	1.792	1.803	1.790	1.808	1.799	1.829	1.831	1.795	1.781	1.807	1.750
	C	1.833	1.849	1.771	1.782	1.792	1.819	1.797	1.818	1.804	1.816	1.820	1.807	1.796	1.832	1.795	1.807	1.777	1.775
9	A	3.639	3.560	3.591	3.629	3.606	3.599	3.588	3.621	3.594	3.610	3.589	3.603	3.615	3.577	3.624	3.575	3.634	3.595
	B	3.588	3.577	3.580	3.599	3.605	3.625	3.578	3.603	3.572	3.608	3.591	3.604	3.624	3.581	3.581	3.618	3.590	3.598
	C	3.590	3.607	3.617	3.580	3.598	3.593	3.628	3.615	3.578	3.602	3.627	3.572	3.587	3.609	3.628	3.599	3.590	3.585

### A.2. DESVIOS-PADRÃO DA DEMANDA

Desvios-Padrão das Demandas (m³/semana)																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	788	775	784	758	799	807	749	778	767	759	774	757	743	810	784	766	759	756
	B	782	755	793	784	772	754	778	746	783	756	751	800	766	747	810	758	777	811
	C	816	810	790	790	785	774	767	774	799	805	774	783	753	811	782	787	796	802
2	A	841	868	857	894	822	896	874	890	859	870	924	926	855	888	881	857	916	853
	B	869	850	872	868	873	867	862	891	854	870	858	846	918	883	891	849	865	917
	C	855	861	855	906	868	941	891	844	902	862	921	856	884	887	861	861	864	914
3	A	866	876	952	943	857	939	890	894	868	915	886	872	907	891	910	889	924	898
	B	952	879	869	885	861	907	901	902	902	849	900	885	893	877	895	935	891	892
	C	913	892	926	916	912	900	880	918	877	912	879	929	901	904	880	940	886	907
4	A	586	564	559	591	563	562	553	560	558	554	555	570	569	555	558	552	598	547
	B	566	541	579	581	571	567	560	567	571	558	570	563	550	565	578	541	555	568
	C	572	567	573	531	567	540	569	560	581	571	557	566	545	579	569	547	560	574
5	A	618	577	606	556	605	603	584	599	611	607	578	595	583	570	607	593	608	589
	B	607	596	609	587	616	625	595	583	553	609	605	600	625	583	604	601	575	633
	C	609	576	587	590	601	588	595	555	594	577	642	586	619	570	593	643	622	624
6	A	588	572	595	597	649	605	612	573	615	612	606	617	594	622	601	601	634	616
	B	598	605	604	592	607	570	599	592	575	629	593	611	602	601	613	596	612	613
	C	593	607	593	612	610	570	599	602	586	637	587	572	615	621	611	632	597	592
7	A	460	427	449	408	440	448	431	438	451	447	427	437	432	423	443	437	445	435
	B	409	459	441	457	441	450	433	437	449	444	458	445	446	446	429	451	434	435
	C	445	436	439	437	424	453	459	425	440	449	458	446	442	450	442	467	453	438
8	A	433	443	453	448	448	432	475	445	438	457	458	449	445	467	462	465	456	463
	B	482	452	435	465	462	437	471	451	450	459	461	447	450	450	441	492	434	460
	C	444	454	447	429	445	446	457	443	462	459	441	453	460	490	433	466	442	416
9	A	441	419	430	434	455	454	436	464	449	451	454	443	459	458	455	464	481	468
	B	427	455	457	452	460	460	444	443	493	454	469	457	453	462	429	450	455	461
	C	425	441	451	452	425	456	458	456	432	464	450	445	449	445	448	434	446	475

### A.3. MÉDIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO

Médias dos Lead Times (semana)																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0.550	0.588	0.572	0.557	0.581	0.582	0.568	0.559	0.579	0.591	0.557	0.582	0.575	0.591	0.592	0.587	0.553	0.594
	B	0.568	0.589	0.570	0.566	0.576	0.551	0.559	0.582	0.561	0.551	0.577	0.578	0.593	0.567	0.584	0.570	0.579	0.567
	C	0.572	0.569	0.562	0.597	0.570	0.576	0.580	0.587	0.573	0.559	0.571	0.572	0.580	0.572	0.553	0.574	0.560	0.566
2	A	0.571	0.574	0.582	0.568	0.578	0.581	0.552	0.553	0.580	0.563	0.574	0.566	0.561	0.567	0.577	0.591	0.572	0.571
	B	0.557	0.567	0.563	0.583	0.557	0.575	0.576	0.563	0.574	0.573	0.579	0.574	0.575	0.566	0.565	0.574	0.557	0.579
	C	0.563	0.563	0.573	0.567	0.585	0.575	0.576	0.576	0.573	0.572	0.565	0.567	0.568	0.588	0.581	0.568	0.569	0.560
3	A	0.564	0.576	0.575	0.572	0.570	0.577	0.567	0.570	0.563	0.572	0.569	0.571	0.575	0.587	0.567	0.571	0.574	0.568
	B	0.575	0.572	0.572	0.580	0.564	0.557	0.577	0.576	0.578	0.564	0.567	0.567	0.560	0.567	0.566	0.580	0.574	0.573
	C	0.571	0.574	0.568	0.571	0.576	0.564	0.580	0.563	0.570	0.567	0.574	0.566	0.567	0.573	0.572	0.567	0.564	0.563
4	A	1.296	1.302	1.259	1.264	1.310	1.281	1.311	1.275	1.279	1.283	1.318	1.296	1.251	1.266	1.270	1.300	1.275	1.281
	B	1.318	1.274	1.289	1.291	1.312	1.309	1.269	1.273	1.294	1.250	1.282	1.277	1.288	1.286	1.287	1.277	1.280	1.299
	C	1.300	1.298	1.283	1.277	1.255	1.317	1.296	1.271	1.263	1.280	1.278	1.273	1.283	1.280	1.269	1.260	1.285	1.274
5	A	1.266	1.294	1.301	1.287	1.338	1.289	1.296	1.295	1.296	1.304	1.316	1.297	1.283	1.283	1.295	1.287	1.277	1.286
	B	1.266	1.269	1.294	1.287	1.261	1.282	1.306	1.286	1.266	1.282	1.275	1.281	1.298	1.247	1.233	1.300	1.296	1.304
	C	1.305	1.269	1.275	1.289	1.286	1.297	1.290	1.283	1.277	1.307	1.272	1.278	1.287	1.276	1.290	1.286	1.276	1.297
6	A	1.266	1.284	1.287	1.279	1.286	1.276	1.291	1.287	1.265	1.310	1.289	1.289	1.286	1.290	1.283	1.290	1.297	1.292
	B	1.268	1.305	1.281	1.282	1.286	1.291	1.277	1.295	1.261	1.275	1.290	1.297	1.289	1.289	1.286	1.279	1.300	1.282
	C	1.293	1.278	1.274	1.266	1.269	1.281	1.296	1.279	1.289	1.287	1.284	1.288	1.253	1.270	1.281	1.281	1.268	1.292
7	A	2.311	2.313	2.302	2.312	2.312	2.309	2.322	2.216	2.290	2.306	2.330	2.294	2.270	2.286	2.298	2.308	2.277	2.278
	B	2.278	2.286	2.306	2.258	2.247	2.278	2.279	2.331	2.261	2.288	2.318	2.268	2.232	2.291	2.289	2.305	2.276	2.349
	C	2.276	2.261	2.312	2.315	2.272	2.295	2.275	2.273	2.307	2.293	2.303	2.261	2.317	2.302	2.233	2.256	2.290	2.280
8	A	2.300	2.258	2.278	2.281	2.298	2.281	2.303	2.282	2.240	2.322	2.279	2.282	2.285	2.276	2.280	2.288	2.318	2.278
	B	2.286	2.298	2.293	2.282	2.299	2.292	2.293	2.276	2.287	2.294	2.309	2.307	2.273	2.287	2.261	2.253	2.268	2.286
	C	2.276	2.294	2.296	2.265	2.272	2.289	2.272	2.276	2.263	2.270	2.292	2.258	2.274	2.304	2.274	2.249	2.307	2.300
9	A	2.312	2.271	2.296	2.288	2.298	2.285	2.280	2.279	2.277	2.287	2.266	2.299	2.275	2.308	2.277	2.274	2.281	2.306
	B	2.279	2.283	2.299	2.296	2.285	2.287	2.303	2.289	2.297	2.297	2.265	2.284	2.274	2.280	2.300	2.295	2.297	2.263
	C	2.251	2.267	2.280	2.250	2.261	2.302	2.280	2.314	2.282	2.328	2.318	2.308	2.301	2.270	2.315	2.284	2.273	2.318

### A.4. DESVIOS-PADRÃO DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO

Desvios-Padrão dos Lead Times (semana)																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0.274	0.290	0.293	0.271	0.280	0.284	0.271	0.290	0.282	0.290	0.272	0.277	0.282	0.286	0.278	0.283	0.263	0.287
	B	0.294	0.283	0.289	0.280	0.302	0.286	0.281	0.283	0.282	0.281	0.286	0.280	0.278	0.282	0.280	0.297	0.281	0.285
	C	0.283	0.284	0.286	0.296	0.299	0.284	0.289	0.283	0.286	0.274	0.293	0.281	0.294	0.283	0.289	0.276	0.268	0.289
2	A	0.289	0.270	0.286	0.303	0.290	0.290	0.283	0.279	0.290	0.277	0.291	0.289	0.280	0.297	0.281	0.294	0.291	0.284
	B	0.279	0.279	0.287	0.289	0.291	0.288	0.284	0.288	0.294	0.290	0.282	0.276	0.280	0.282	0.263	0.280	0.280	0.294
	C	0.280	0.290	0.290	0.292	0.290	0.290	0.297	0.276	0.291	0.282	0.286	0.286	0.279	0.289	0.282	0.283	0.283	0.285
3	A	0.286	0.285	0.283	0.281	0.290	0.285	0.284	0.290	0.287	0.291	0.290	0.281	0.293	0.291	0.284	0.277	0.277	0.282
	B	0.289	0.289	0.284	0.293	0.277	0.278	0.290	0.287	0.283	0.289	0.285	0.289	0.276	0.284	0.287	0.290	0.288	0.283
	C	0.283	0.281	0.289	0.278	0.283	0.281	0.295	0.287	0.275	0.285	0.293	0.276	0.285	0.286	0.278	0.286	0.284	0.286
4	A	0.438	0.428	0.411	0.410	0.421	0.426	0.433	0.435	0.434	0.442	0.448	0.417	0.412	0.432	0.408	0.420	0.444	0.447
	B	0.424	0.416	0.410	0.436	0.429	0.420	0.431	0.437	0.427	0.425	0.429	0.421	0.424	0.444	0.413	0.407	0.421	0.421
	C	0.432	0.428	0.414	0.463	0.439	0.444	0.422	0.424	0.436	0.428	0.439	0.415	0.390	0.428	0.446	0.447	0.413	0.433
5	A	0.410	0.413	0.431	0.449	0.435	0.442	0.419	0.450	0.429	0.432	0.448	0.441	0.418	0.429	0.441	0.423	0.425	0.431
	B	0.431	0.414	0.435	0.424	0.428	0.409	0.430	0.439	0.438	0.428	0.423	0.423	0.430	0.425	0.413	0.439	0.428	0.424
	C	0.445	0.428	0.435	0.464	0.440	0.425	0.437	0.434	0.401	0.432	0.434	0.430	0.442	0.432	0.443	0.421	0.428	0.435
6	A	0.430	0.424	0.438	0.426	0.427	0.426	0.434	0.440	0.420	0.434	0.432	0.433	0.433	0.427	0.426	0.435	0.415	0.431
	B	0.429	0.430	0.415	0.423	0.429	0.436	0.428	0.435	0.413	0.426	0.438	0.425	0.418	0.433	0.435	0.428	0.434	0.422
	C	0.423	0.425	0.412	0.439	0.429	0.448	0.429	0.418	0.426	0.429	0.427	0.416	0.434	0.429	0.418	0.427	0.419	0.435
7	A	0.585	0.586	0.560	0.571	0.617	0.554	0.578	0.565	0.571	0.554	0.566	0.541	0.566	0.585	0.568	0.573	0.582	0.585
	B	0.563	0.571	0.546	0.558	0.561	0.594	0.558	0.559	0.588	0.584	0.559	0.562	0.555	0.553	0.618	0.561	0.559	0.577
	C	0.574	0.598	0.547	0.612	0.559	0.573	0.538	0.560	0.602	0.575	0.573	0.562	0.578	0.574	0.552	0.583	0.543	0.586
8	A	0.556	0.569	0.571	0.569	0.584	0.563	0.564	0.569	0.551	0.552	0.579	0.573	0.581	0.581	0.553	0.564	0.604	0.595
	B	0.580	0.585	0.575	0.575	0.556	0.606	0.585	0.553	0.575	0.564	0.572	0.590	0.566	0.565	0.554	0.558	0.565	0.560
	C	0.569	0.567	0.577	0.563	0.570	0.557	0.563	0.560	0.569	0.570	0.574	0.556	0.577	0.578	0.549	0.560	0.551	0.567
9	A	0.567	0.563	0.550	0.570	0.577	0.554	0.575	0.567	0.578	0.577	0.564	0.576	0.564	0.579	0.568	0.574	0.584	0.561
	B	0.560	0.569	0.584	0.587	0.567	0.578	0.571	0.578	0.569	0.572	0.564	0.571	0.555	0.565	0.569	0.582	0.568	0.568
	C	0.557	0.552	0.556	0.566	0.546	0.581	0.585	0.557	0.563	0.579	0.554	0.581	0.614	0.574	0.578	0.573	0.554	0.587

## A.5. MÉDIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA

Médias dos Lead Times (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0.555	0.585	0.572	0.559	0.579	0.580	0.562	0.564	0.581	0.590	0.566	0.574	0.576	0.585	0.598	0.584	0.551	0.593
	B	0.572	0.583	0.565	0.578	0.564	0.559	0.559	0.576	0.566	0.548	0.583	0.578	0.585	0.569	0.588	0.559	0.585	0.567
	C	0.576	0.562	0.562	0.602	0.559	0.598	0.565	0.585	0.568	0.566	0.584	0.565	0.582	0.558	0.568	0.573	0.555	0.577
2	A	0.563	0.587	0.561	0.583	0.579	0.596	0.551	0.571	0.571	0.584	0.588	0.552	0.550	0.560	0.569	0.560	0.576	0.561
	B	0.563	0.539	0.571	0.564	0.586	0.570	0.580	0.554	0.555	0.578	0.580	0.568	0.582	0.573	0.555	0.562	0.566	0.582
	C	0.569	0.569	0.564	0.553	0.570	0.577	0.565	0.568	0.585	0.579	0.567	0.572	0.593	0.578	0.573	0.576	0.561	0.570
3	A	0.557	0.568	0.561	0.577	0.572	0.580	0.581	0.576	0.572	0.571	0.572	0.572	0.576	0.584	0.558	0.593	0.558	0.559
	B	0.584	0.568	0.568	0.586	0.576	0.572	0.566	0.566	0.573	0.577	0.568	0.590	0.584	0.572	0.571	0.558	0.557	0.578
	C	0.586	0.579	0.543	0.579	0.578	0.575	0.568	0.570	0.571	0.580	0.553	0.586	0.555	0.573	0.570	0.562	0.595	0.561
4	A	1.289	1.293	1.256	1.292	1.299	1.301	1.278	1.275	1.297	1.282	1.317	1.269	1.259	1.261	1.301	1.282	1.271	1.296
	B	1.311	1.278	1.295	1.295	1.319	1.280	1.270	1.286	1.287	1.261	1.285	1.307	1.268	1.277	1.275	1.277	1.299	1.299
	C	1.304	1.295	1.277	1.274	1.279	1.308	1.279	1.276	1.274	1.266	1.274	1.282	1.297	1.272	1.250	1.281	1.278	1.271
5	A	1.252	1.285	1.308	1.270	1.277	1.339	1.273	1.336	1.312	1.313	1.290	1.291	1.292	1.321	1.273	1.300	1.313	1.277
	B	1.248	1.290	1.262	1.279	1.298	1.288	1.267	1.276	1.258	1.281	1.296	1.307	1.300	1.261	1.303	1.257	1.293	1.267
	C	1.294	1.302	1.295	1.256	1.270	1.303	1.282	1.277	1.286	1.260	1.320	1.310	1.278	1.295	1.262	1.273	1.305	1.290
6	A	1.271	1.251	1.279	1.273	1.298	1.280	1.260	1.330	1.265	1.297	1.265	1.252	1.307	1.293	1.252	1.293	1.277	1.301
	B	1.280	1.259	1.265	1.276	1.286	1.310	1.327	1.306	1.288	1.249	1.281	1.295	1.286	1.273	1.280	1.274	1.297	1.283
	C	1.287	1.266	1.321	1.318	1.314	1.265	1.244	1.258	1.265	1.281	1.273	1.283	1.261	1.277	1.237	1.278	1.270	1.273
7	A	2.309	2.334	2.298	2.287	2.335	2.303	2.265	2.258	2.313	2.313	2.277	2.304	2.279	2.301	2.314	2.246	2.307	2.300
	B	2.285	2.283	2.301	2.266	2.221	2.305	2.301	2.277	2.297	2.291	2.271	2.268	2.268	2.287	2.313	2.291	2.326	2.265
	C	2.279	2.267	2.307	2.301	2.262	2.272	2.291	2.297	2.314	2.295	2.271	2.308	2.298	2.235	2.270	2.289	2.252	2.245
8	A	2.307	2.293	2.295	2.221	2.303	2.226	2.290	2.334	2.286	2.293	2.268	2.293	2.294	2.285	2.296	2.213	2.273	2.318
	B	2.321	2.251	2.285	2.293	2.321	2.269	2.297	2.279	2.297	2.293	2.294	2.325	2.270	2.248	2.300	2.305	2.275	2.295
	C	2.270	2.284	2.268	2.324	2.291	2.278	2.295	2.279	2.238	2.270	2.298	2.270	2.285	2.287	2.273	2.277	2.248	2.278
9	A	2.312	2.305	2.298	2.321	2.298	2.222	2.280	2.291	2.299	2.314	2.290	2.283	2.290	2.276	2.293	2.323	2.304	2.288
	B	2.269	2.294	2.279	2.263	2.259	2.318	2.278	2.286	2.312	2.304	2.289	2.283	2.315	2.304	2.286	2.290	2.279	2.298
	C	2.251	2.267	2.279	2.251	2.261	2.300	2.277	2.318	2.282	2.329	2.318	2.308	2.301	2.269	2.314	2.285	2.274	2.319

## A.6. DESVIOS-PADRÃO DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA

Desvios-Padrão dos Lead Times (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0,273	0,292	0,293	0,272	0,278	0,285	0,268	0,292	0,284	0,290	0,274	0,276	0,282	0,288	0,276	0,284	0,260	0,285
	B	0,297	0,280	0,282	0,295	0,293	0,287	0,280	0,287	0,277	0,284	0,287	0,277	0,277	0,283	0,279	0,294	0,285	0,285
	C	0,284	0,269	0,296	0,307	0,285	0,295	0,282	0,285	0,283	0,278	0,280	0,289	0,293	0,279	0,296	0,280	0,274	0,278
2	A	0,280	0,297	0,268	0,269	0,280	0,310	0,300	0,290	0,290	0,293	0,286	0,268	0,302	0,273	0,289	0,291	0,283	0,273
	B	0,288	0,268	0,277	0,276	0,293	0,291	0,285	0,293	0,290	0,287	0,289	0,290	0,279	0,290	0,287	0,289	0,291	0,295
	C	0,283	0,283	0,290	0,296	0,293	0,284	0,286	0,297	0,287	0,287	0,286	0,288	0,308	0,273	0,283	0,295	0,280	0,285
3	A	0,287	0,288	0,289	0,276	0,288	0,285	0,287	0,292	0,288	0,282	0,275	0,279	0,288	0,283	0,273	0,297	0,283	0,294
	B	0,288	0,285	0,296	0,298	0,296	0,280	0,284	0,277	0,276	0,293	0,289	0,291	0,306	0,294	0,278	0,267	0,273	0,282
	C	0,280	0,292	0,275	0,278	0,276	0,279	0,295	0,286	0,285	0,297	0,282	0,278	0,263	0,284	0,295	0,269	0,290	0,273
4	A	0,437	0,427	0,416	0,404	0,425	0,446	0,407	0,431	0,454	0,439	0,427	0,422	0,424	0,415	0,411	0,451	0,442	0,418
	B	0,421	0,411	0,417	0,441	0,422	0,425	0,437	0,423	0,448	0,415	0,425	0,424	0,435	0,427	0,402	0,418	0,420	0,422
	C	0,432	0,426	0,422	0,453	0,458	0,427	0,430	0,417	0,437	0,431	0,414	0,404	0,427	0,444	0,442	0,417	0,429	0,413
5	A	0,410	0,411	0,413	0,417	0,424	0,455	0,440	0,446	0,425	0,446	0,446	0,404	0,431	0,446	0,445	0,450	0,424	0,409
	B	0,424	0,440	0,404	0,428	0,444	0,426	0,407	0,433	0,425	0,415	0,410	0,437	0,421	0,434	0,430	0,450	0,437	0,442
	C	0,448	0,441	0,441	0,408	0,439	0,462	0,469	0,435	0,435	0,430	0,427	0,453	0,421	0,436	0,426	0,383	0,426	0,420
6	A	0,427	0,418	0,442	0,434	0,442	0,412	0,417	0,444	0,432	0,434	0,433	0,408	0,433	0,423	0,437	0,429	0,422	0,433
	B	0,437	0,433	0,415	0,426	0,429	0,417	0,456	0,429	0,422	0,420	0,385	0,421	0,403	0,437	0,431	0,414	0,440	0,420
	C	0,429	0,412	0,440	0,407	0,402	0,435	0,438	0,428	0,384	0,410	0,422	0,440	0,435	0,434	0,449	0,440	0,407	0,438
7	A	0,585	0,584	0,558	0,586	0,593	0,574	0,569	0,580	0,541	0,568	0,530	0,581	0,579	0,569	0,580	0,585	0,571	0,573
	B	0,565	0,553	0,554	0,560	0,587	0,565	0,576	0,562	0,579	0,587	0,539	0,573	0,545	0,615	0,566	0,572	0,569	0,597
	C	0,573	0,593	0,545	0,629	0,552	0,559	0,538	0,599	0,580	0,561	0,585	0,562	0,576	0,545	0,582	0,549	0,575	0,558
8	A	0,581	0,540	0,573	0,549	0,575	0,549	0,581	0,583	0,593	0,545	0,581	0,576	0,554	0,579	0,566	0,527	0,545	0,577
	B	0,582	0,578	0,574	0,591	0,569	0,583	0,573	0,578	0,546	0,584	0,616	0,581	0,589	0,544	0,550	0,579	0,586	0,557
	C	0,555	0,579	0,559	0,586	0,544	0,603	0,554	0,579	0,563	0,553	0,562	0,579	0,548	0,563	0,550	0,589	0,560	0,577
9	A	0,587	0,521	0,587	0,568	0,556	0,569	0,550	0,605	0,535	0,549	0,543	0,527	0,575	0,573	0,589	0,565	0,589	0,587
	B	0,539	0,563	0,561	0,583	0,580	0,543	0,597	0,561	0,579	0,589	0,593	0,571	0,619	0,573	0,578	0,585	0,560	0,567
	C	0,557	0,553	0,555	0,566	0,546	0,582	0,582	0,580	0,562	0,579	0,555	0,579	0,613	0,574	0,578	0,573	0,555	0,585



## A.7. MÉDIAS DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO

Médias da Parte Fracionária dos Lead Times (semana) - Ponto do Pedido																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0,471	0,465	0,448	0,467	0,466	0,468	0,472	0,453	0,464	0,468	0,465	0,470	0,481	0,478	0,471	0,468	0,463	0,488
	B	0,461	0,467	0,468	0,463	0,442	0,442	0,455	0,473	0,452	0,443	0,456	0,466	0,488	0,454	0,470	0,466	0,477	0,458
	C	0,466	0,469	0,451	0,474	0,443	0,477	0,460	0,473	0,467	0,457	0,442	0,461	0,462	0,466	0,439	0,466	0,466	0,451
2	A	0,456	0,474	0,468	0,455	0,456	0,462	0,459	0,452	0,465	0,462	0,467	0,462	0,449	0,462	0,467	0,464	0,459	0,465
	B	0,460	0,462	0,462	0,469	0,451	0,464	0,465	0,457	0,455	0,462	0,459	0,460	0,466	0,457	0,479	0,471	0,444	0,463
	C	0,459	0,446	0,475	0,460	0,462	0,457	0,464	0,472	0,460	0,464	0,452	0,457	0,458	0,474	0,459	0,455	0,468	0,445
3	A	0,459	0,468	0,463	0,470	0,454	0,461	0,463	0,457	0,455	0,462	0,455	0,465	0,450	0,466	0,463	0,464	0,463	0,465
	B	0,455	0,460	0,463	0,466	0,464	0,460	0,450	0,460	0,468	0,451	0,452	0,460	0,466	0,460	0,453	0,455	0,453	0,458
	C	0,463	0,461	0,459	0,460	0,466	0,456	0,459	0,450	0,466	0,453	0,459	0,468	0,459	0,457	0,462	0,461	0,464	0,453
4	A	0,427	0,407	0,411	0,429	0,408	0,430	0,402	0,411	0,441	0,416	0,417	0,401	0,433	0,447	0,418	0,400	0,426	0,396
	B	0,422	0,410	0,428	0,419	0,421	0,402	0,431	0,416	0,428	0,423	0,427	0,435	0,419	0,432	0,432	0,425	0,420	0,414
	C	0,408	0,419	0,425	0,411	0,415	0,427	0,421	0,419	0,402	0,432	0,406	0,396	0,410	0,419	0,432	0,420	0,413	0,421
5	A	0,426	0,404	0,424	0,415	0,416	0,412	0,422	0,414	0,419	0,401	0,419	0,415	0,419	0,435	0,442	0,419	0,412	0,424
	B	0,416	0,428	0,419	0,422	0,423	0,406	0,414	0,398	0,420	0,411	0,417	0,404	0,425	0,414	0,415	0,422	0,415	0,415
	C	0,424	0,428	0,423	0,413	0,424	0,413	0,406	0,430	0,409	0,407	0,425	0,429	0,424	0,412	0,424	0,431	0,407	0,422
6	A	0,425	0,396	0,420	0,423	0,409	0,422	0,429	0,417	0,424	0,413	0,419	0,417	0,426	0,421	0,410	0,420	0,410	0,416
	B	0,413	0,406	0,421	0,429	0,409	0,429	0,412	0,420	0,416	0,416	0,426	0,402	0,412	0,414	0,413	0,415	0,422	0,423
	C	0,420	0,422	0,411	0,434	0,428	0,415	0,419	0,415	0,422	0,413	0,420	0,426	0,434	0,423	0,416	0,428	0,423	0,409
7	A	0,449	0,424	0,404	0,451	0,428	0,426	0,435	0,435	0,442	0,430	0,429	0,422	0,426	0,407	0,414	0,429	0,432	0,445
	B	0,445	0,421	0,454	0,439	0,445	0,417	0,448	0,446	0,441	0,449	0,440	0,428	0,430	0,408	0,445	0,416	0,429	0,422
	C	0,436	0,430	0,427	0,425	0,430	0,458	0,445	0,438	0,421	0,450	0,429	0,433	0,440	0,432	0,455	0,426	0,433	0,439
8	A	0,433	0,422	0,421	0,427	0,426	0,426	0,424	0,442	0,425	0,430	0,417	0,422	0,434	0,428	0,433	0,420	0,435	0,411
	B	0,438	0,445	0,433	0,422	0,432	0,427	0,439	0,419	0,423	0,423	0,431	0,434	0,425	0,435	0,440	0,423	0,409	0,428
	C	0,416	0,421	0,410	0,426	0,422	0,425	0,428	0,430	0,420	0,420	0,420	0,420	0,422	0,432	0,441	0,427	0,427	0,434
9	A	0,414	0,432	0,432	0,431	0,443	0,424	0,432	0,436	0,418	0,425	0,422	0,430	0,432	0,436	0,430	0,426	0,423	0,421
	B	0,426	0,428	0,435	0,429	0,426	0,430	0,438	0,425	0,423	0,438	0,434	0,418	0,420	0,428	0,439	0,437	0,430	0,425
	C	0,432	0,463	0,426	0,420	0,405	0,423	0,410	0,407	0,445	0,444	0,427	0,434	0,438	0,451	0,421	0,424	0,434	0,424

## A.8. DESVIOS-PADRÃO DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – PONTO DO PEDIDO

Desvios-Padrão da Parte Fracionária dos Lead Times (semana) - Ponto do Pedido																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0.237	0.248	0.259	0.244	0.244	0.242	0.246	0.245	0.247	0.250	0.234	0.244	0.245	0.245	0.242	0.244	0.237	0.252
	B	0.254	0.242	0.247	0.249	0.251	0.241	0.236	0.243	0.247	0.243	0.244	0.245	0.242	0.247	0.246	0.236	0.248	0.251
	C	0.245	0.247	0.241	0.246	0.259	0.244	0.251	0.249	0.247	0.249	0.248	0.247	0.244	0.246	0.248	0.244	0.246	0.245
2	A	0.251	0.242	0.250	0.248	0.251	0.253	0.242	0.243	0.245	0.245	0.242	0.249	0.241	0.243	0.253	0.259	0.251	0.247
	B	0.245	0.249	0.242	0.244	0.244	0.251	0.247	0.250	0.246	0.248	0.250	0.244	0.247	0.245	0.244	0.244	0.247	0.251
	C	0.249	0.249	0.247	0.248	0.245	0.252	0.251	0.247	0.249	0.249	0.243	0.247	0.252	0.249	0.248	0.250	0.243	0.245
3	A	0.241	0.248	0.248	0.246	0.253	0.249	0.245	0.247	0.245	0.245	0.247	0.242	0.246	0.249	0.247	0.245	0.246	0.246
	B	0.249	0.244	0.248	0.247	0.244	0.240	0.248	0.243	0.247	0.245	0.251	0.243	0.239	0.244	0.248	0.249	0.247	0.241
	C	0.247	0.247	0.247	0.245	0.246	0.246	0.252	0.247	0.238	0.253	0.248	0.240	0.249	0.248	0.243	0.243	0.249	0.239
4	A	0.283	0.295	0.291	0.291	0.292	0.296	0.295	0.284	0.293	0.290	0.303	0.285	0.292	0.285	0.288	0.276	0.289	0.290
	B	0.289	0.288	0.294	0.292	0.287	0.292	0.289	0.296	0.290	0.299	0.287	0.293	0.289	0.285	0.280	0.290	0.288	0.287
	C	0.289	0.285	0.294	0.281	0.294	0.284	0.283	0.281	0.292	0.285	0.287	0.274	0.291	0.289	0.295	0.286	0.287	0.286
5	A	0.288	0.290	0.288	0.286	0.289	0.285	0.287	0.292	0.288	0.289	0.283	0.284	0.285	0.285	0.290	0.290	0.288	0.282
	B	0.291	0.292	0.292	0.283	0.283	0.283	0.288	0.290	0.296	0.286	0.289	0.295	0.288	0.287	0.294	0.291	0.286	0.285
	C	0.293	0.297	0.284	0.289	0.286	0.280	0.285	0.292	0.285	0.284	0.283	0.289	0.287	0.295	0.295	0.286	0.282	0.286
6	A	0.286	0.287	0.287	0.290	0.282	0.289	0.287	0.289	0.286	0.281	0.290	0.285	0.290	0.286	0.291	0.291	0.286	0.286
	B	0.284	0.286	0.278	0.289	0.291	0.285	0.286	0.291	0.284	0.289	0.285	0.285	0.289	0.291	0.293	0.291	0.285	0.286
	C	0.288	0.289	0.288	0.287	0.290	0.288	0.285	0.284	0.291	0.286	0.288	0.293	0.286	0.287	0.295	0.291	0.290	0.289
7	A	0.284	0.276	0.293	0.280	0.278	0.287	0.281	0.285	0.283	0.280	0.290	0.294	0.289	0.283	0.291	0.286	0.288	0.285
	B	0.273	0.288	0.291	0.275	0.290	0.292	0.285	0.270	0.286	0.291	0.277	0.286	0.296	0.278	0.297	0.284	0.296	0.288
	C	0.276	0.289	0.291	0.282	0.293	0.274	0.281	0.284	0.288	0.285	0.282	0.285	0.290	0.288	0.289	0.282	0.294	0.280
8	A	0.282	0.292	0.286	0.291	0.282	0.285	0.283	0.286	0.287	0.284	0.278	0.286	0.284	0.276	0.292	0.285	0.287	0.284
	B	0.286	0.282	0.287	0.286	0.283	0.287	0.284	0.292	0.284	0.286	0.282	0.289	0.287	0.292	0.283	0.284	0.284	0.287
	C	0.285	0.282	0.277	0.283	0.286	0.284	0.287	0.281	0.287	0.292	0.282	0.287	0.287	0.289	0.287	0.286	0.292	0.290
9	A	0.290	0.286	0.283	0.284	0.289	0.285	0.284	0.284	0.288	0.286	0.286	0.285	0.284	0.285	0.286	0.288	0.288	0.287
	B	0.283	0.292	0.290	0.289	0.284	0.286	0.288	0.290	0.289	0.285	0.290	0.282	0.286	0.286	0.284	0.288	0.284	0.288
	C	0.274	0.294	0.286	0.280	0.292	0.271	0.291	0.287	0.286	0.288	0.282	0.286	0.286	0.281	0.283	0.296	0.286	0.286

## A.9. MÉDIAS DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA

Médias da Parte Fracionária dos Lead Times (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0,474	0,460	0,449	0,467	0,467	0,467	0,472	0,453	0,464	0,467	0,466	0,474	0,476	0,474	0,477	0,465	0,467	0,485
	B	0,462	0,464	0,472	0,457	0,443	0,446	0,455	0,465	0,455	0,441	0,462	0,471	0,479	0,461	0,468	0,464	0,482	0,454
	C	0,468	0,467	0,455	0,463	0,453	0,473	0,457	0,476	0,462	0,458	0,464	0,450	0,457	0,467	0,445	0,462	0,453	0,467
2	A	0,455	0,458	0,469	0,473	0,473	0,471	0,441	0,450	0,460	0,457	0,471	0,476	0,437	0,462	0,453	0,454	0,472	0,459
	B	0,458	0,458	0,469	0,460	0,467	0,456	0,477	0,454	0,448	0,468	0,459	0,460	0,470	0,459	0,453	0,456	0,452	0,461
	C	0,461	0,459	0,441	0,455	0,465	0,482	0,452	0,466	0,458	0,460	0,459	0,459	0,468	0,470	0,470	0,460	0,461	0,476
3	A	0,457	0,453	0,461	0,468	0,474	0,460	0,464	0,464	0,462	0,462	0,472	0,463	0,459	0,480	0,468	0,460	0,468	0,440
	B	0,449	0,468	0,443	0,457	0,462	0,462	0,466	0,446	0,471	0,466	0,468	0,465	0,457	0,470	0,473	0,471	0,459	0,465
	C	0,457	0,458	0,464	0,479	0,467	0,454	0,459	0,446	0,477	0,463	0,451	0,459	0,459	0,460	0,452	0,468	0,462	0,474
4	A	0,424	0,411	0,410	0,428	0,403	0,430	0,401	0,433	0,420	0,422	0,407	0,421	0,448	0,419	0,407	0,419	0,406	0,435
	B	0,421	0,411	0,424	0,425	0,413	0,403	0,428	0,426	0,425	0,434	0,421	0,417	0,441	0,433	0,419	0,423	0,415	0,398
	C	0,406	0,423	0,418	0,418	0,409	0,443	0,411	0,411	0,408	0,426	0,394	0,420	0,399	0,443	0,418	0,410	0,426	0,410
5	A	0,435	0,416	0,408	0,399	0,432	0,403	0,410	0,438	0,425	0,415	0,402	0,414	0,427	0,409	0,411	0,425	0,407	0,401
	B	0,415	0,419	0,422	0,437	0,423	0,409	0,423	0,418	0,415	0,412	0,412	0,411	0,423	0,405	0,384	0,430	0,409	0,428
	C	0,427	0,419	0,441	0,408	0,430	0,410	0,420	0,424	0,430	0,420	0,403	0,414	0,397	0,427	0,432	0,404	0,420	0,404
6	A	0,436	0,426	0,408	0,419	0,398	0,388	0,394	0,421	0,426	0,418	0,415	0,433	0,416	0,424	0,421	0,404	0,413	0,414
	B	0,427	0,410	0,405	0,408	0,423	0,407	0,386	0,408	0,412	0,428	0,427	0,416	0,430	0,434	0,434	0,409	0,405	0,414
	C	0,429	0,410	0,408	0,423	0,420	0,413	0,442	0,429	0,391	0,420	0,408	0,441	0,416	0,448	0,431	0,426	0,414	0,425
7	A	0,449	0,423	0,413	0,448	0,430	0,422	0,434	0,448	0,427	0,423	0,427	0,425	0,412	0,410	0,437	0,429	0,444	0,415
	B	0,445	0,417	0,456	0,443	0,434	0,425	0,447	0,448	0,449	0,434	0,431	0,439	0,406	0,441	0,416	0,435	0,422	0,451
	C	0,441	0,425	0,426	0,428	0,441	0,457	0,437	0,426	0,429	0,452	0,430	0,427	0,437	0,456	0,426	0,437	0,432	0,443
8	A	0,441	0,418	0,420	0,427	0,409	0,431	0,442	0,417	0,426	0,411	0,447	0,418	0,417	0,445	0,444	0,430	0,413	0,435
	B	0,444	0,434	0,444	0,443	0,427	0,433	0,426	0,421	0,440	0,421	0,432	0,432	0,436	0,425	0,423	0,424	0,419	0,424
	C	0,404	0,426	0,420	0,426	0,395	0,423	0,432	0,421	0,416	0,443	0,419	0,423	0,425	0,423	0,437	0,412	0,432	0,422
9	A	0,414	0,424	0,402	0,425	0,423	0,426	0,427	0,450	0,422	0,431	0,438	0,435	0,431	0,412	0,459	0,431	0,440	0,446
	B	0,413	0,429	0,438	0,428	0,434	0,422	0,430	0,417	0,437	0,454	0,427	0,429	0,437	0,431	0,415	0,423	0,445	0,415
	C	0,432	0,463	0,427	0,418	0,405	0,423	0,410	0,408	0,444	0,445	0,427	0,433	0,437	0,450	0,422	0,425	0,434	0,423

## A.10. DESVIOS-PADRÃO DAS PARTES FRACIONÁRIAS DOS LEAD TIMES – REVISÃO PERIÓDICA

Desvios-Padrão da Parte Fracionária dos Lead Times (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	0.238	0.247	0.259	0.243	0.244	0.241	0.245	0.247	0.247	0.250	0.237	0.241	0.245	0.242	0.241	0.245	0.239	0.252
	B	0.254	0.242	0.242	0.252	0.251	0.244	0.238	0.244	0.243	0.242	0.247	0.244	0.243	0.244	0.248	0.235	0.250	0.253
	C	0.246	0.244	0.243	0.248	0.253	0.249	0.249	0.247	0.251	0.244	0.250	0.252	0.245	0.239	0.251	0.246	0.244	0.251
2	A	0.243	0.255	0.238	0.248	0.253	0.251	0.246	0.252	0.245	0.261	0.250	0.241	0.241	0.245	0.242	0.246	0.249	0.249
	B	0.245	0.244	0.251	0.240	0.245	0.244	0.246	0.235	0.249	0.253	0.249	0.250	0.248	0.252	0.245	0.242	0.245	0.252
	C	0.255	0.245	0.251	0.242	0.250	0.249	0.249	0.241	0.247	0.251	0.252	0.248	0.255	0.246	0.249	0.244	0.252	0.247
3	A	0.242	0.242	0.245	0.236	0.247	0.253	0.251	0.252	0.244	0.243	0.245	0.249	0.250	0.250	0.239	0.253	0.251	0.259
	B	0.259	0.247	0.251	0.240	0.252	0.242	0.235	0.253	0.256	0.247	0.234	0.250	0.252	0.247	0.239	0.237	0.240	0.252
	C	0.244	0.247	0.247	0.252	0.245	0.243	0.249	0.250	0.247	0.254	0.238	0.254	0.230	0.244	0.253	0.242	0.253	0.242
4	A	0.282	0.296	0.291	0.291	0.288	0.298	0.292	0.287	0.294	0.294	0.299	0.287	0.293	0.280	0.279	0.286	0.293	0.282
	B	0.291	0.287	0.291	0.295	0.286	0.295	0.285	0.300	0.290	0.295	0.287	0.290	0.295	0.275	0.291	0.288	0.286	0.282
	C	0.290	0.284	0.292	0.287	0.292	0.281	0.282	0.282	0.293	0.283	0.280	0.285	0.290	0.294	0.288	0.284	0.286	0.281
5	A	0.293	0.285	0.287	0.292	0.292	0.283	0.284	0.286	0.287	0.291	0.285	0.285	0.289	0.282	0.303	0.292	0.282	0.290
	B	0.288	0.294	0.293	0.289	0.290	0.293	0.283	0.277	0.287	0.281	0.283	0.289	0.294	0.295	0.280	0.296	0.295	0.289
	C	0.291	0.295	0.299	0.292	0.283	0.283	0.291	0.281	0.289	0.287	0.276	0.289	0.282	0.293	0.290	0.286	0.288	0.282
6	A	0.286	0.291	0.289	0.285	0.286	0.285	0.290	0.279	0.279	0.298	0.286	0.280	0.300	0.291	0.290	0.283	0.279	0.282
	B	0.290	0.281	0.281	0.286	0.288	0.284	0.288	0.278	0.279	0.282	0.271	0.283	0.288	0.290	0.300	0.289	0.286	0.294
	C	0.291	0.298	0.283	0.280	0.288	0.295	0.286	0.288	0.281	0.283	0.294	0.286	0.291	0.294	0.282	0.293	0.290	0.289
7	A	0.282	0.283	0.286	0.282	0.276	0.289	0.282	0.279	0.286	0.282	0.296	0.289	0.284	0.294	0.284	0.289	0.283	0.281
	B	0.272	0.292	0.283	0.283	0.286	0.291	0.282	0.278	0.284	0.282	0.287	0.291	0.282	0.297	0.285	0.292	0.292	0.281
	C	0.275	0.295	0.286	0.286	0.293	0.262	0.283	0.292	0.284	0.283	0.288	0.284	0.289	0.290	0.284	0.291	0.286	0.284
8	A	0.281	0.288	0.294	0.285	0.292	0.281	0.294	0.289	0.280	0.270	0.293	0.285	0.285	0.288	0.283	0.284	0.288	0.279
	B	0.286	0.286	0.276	0.288	0.290	0.279	0.290	0.287	0.285	0.283	0.288	0.284	0.289	0.288	0.290	0.283	0.285	0.286
	C	0.290	0.279	0.286	0.274	0.275	0.281	0.285	0.285	0.288	0.284	0.281	0.292	0.282	0.279	0.278	0.287	0.295	0.285
9	A	0.285	0.290	0.289	0.296	0.292	0.286	0.276	0.291	0.283	0.286	0.274	0.291	0.280	0.277	0.288	0.282	0.288	0.291
	B	0.276	0.284	0.284	0.292	0.288	0.295	0.291	0.289	0.287	0.297	0.292	0.283	0.289	0.290	0.289	0.283	0.288	0.279
	C	0.274	0.294	0.286	0.281	0.292	0.271	0.292	0.286	0.287	0.288	0.282	0.285	0.286	0.281	0.283	0.297	0.285	0.286

## A.11. MÉDIAS DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – PONTO DO PEDIDO

Médias das Demandas Durante o Lead Time (semana) - Ponto do Pedido																		
Exemplo	Série	Simulação																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	A	711	779	769	735	775	804	757	736	768	791	747	749	718	800	806	755	724
	B	747	763	722	764	784	740	745	752	744	715	757	823	780	735	817	718	788
	C	796	791	779	788	759	748	744	786	788	757	735	770	772	782	734	776	756
2	A	1.158	1.166	1.168	1.154	1.154	1.188	1.133	1.113	1.188	1.169	1.219	1.168	1.167	1.107	1.186	1.224	1.170
	B	1.132	1.149	1.129	1.217	1.168	1.167	1.159	1.197	1.147	1.181	1.185	1.188	1.217	1.149	1.165	1.191	1.168
	C	1.147	1.172	1.159	1.166	1.219	1.198	1.188	1.174	1.169	1.163	1.183	1.197	1.176	1.203	1.171	1.189	1.154
3	A	2.149	2.159	2.164	2.165	2.116	2.149	2.139	2.105	2.091	2.140	2.114	2.103	2.133	2.174	2.101	2.153	2.089
	B	2.140	2.098	2.133	2.167	2.127	2.101	2.169	2.167	2.190	2.127	2.128	2.104	2.101	2.118	2.118	2.118	2.118
	C	2.136	2.142	2.103	2.111	2.170	2.110	2.175	2.136	2.104	2.139	2.139	2.124	2.095	2.146	2.144	2.055	2.134
4	A	1.369	1.343	1.363	1.331	1.311	1.343	1.309	1.318	1.356	1.298	1.352	1.344	1.304	1.293	1.300	1.325	1.376
	B	1.375	1.315	1.291	1.389	1.408	1.386	1.329	1.315	1.319	1.300	1.308	1.297	1.365	1.333	1.306	1.302	1.306
	C	1.384	1.375	1.330	1.318	1.271	1.342	1.343	1.307	1.339	1.348	1.280	1.288	1.288	1.339	1.326	1.309	1.299
5	A	2.378	2.404	2.410	2.348	2.497	2.417	2.462	2.407	2.417	2.422	2.391	2.426	2.400	2.356	2.407	2.413	2.433
	B	2.364	2.392	2.383	2.364	2.333	2.416	2.405	2.377	2.377	2.362	2.402	2.386	2.460	2.307	2.300	2.447	2.451
	C	2.472	2.330	2.398	2.391	2.406	2.377	2.431	2.424	2.325	2.427	2.416	2.304	2.406	2.399	2.416	2.405	2.424
6	A	4.556	4.650	4.636	4.609	4.708	4.629	4.727	4.623	4.569	4.749	4.698	4.719	4.675	4.713	4.680	4.706	4.667
	B	4.577	4.744	4.681	4.647	4.646	4.673	4.578	4.714	4.590	4.678	4.737	4.758	4.729	4.689	4.639	4.603	4.739
	C	4.682	4.674	4.634	4.575	4.624	4.771	4.746	4.675	4.672	4.710	4.682	4.665	4.587	4.634	4.661	4.665	4.624
7	A	2.242	2.150	2.148	2.132	2.168	2.192	2.243	2.084	2.161	2.186	2.094	2.192	2.157	2.094	2.161	2.198	2.216
	B	2.143	2.083	2.145	2.233	2.076	2.211	2.160	2.159	2.156	2.147	2.168	2.164	2.131	2.147	2.157	2.110	2.127
	C	2.170	2.072	2.192	2.202	2.116	2.092	2.257	2.128	2.153	2.226	2.146	2.193	2.165	2.166	2.110	2.123	2.196
8	A	4.149	4.108	4.192	4.126	4.122	4.182	4.164	4.215	4.065	4.152	4.141	4.097	4.143	4.197	4.180	4.119	4.199
	B	4.103	4.194	4.096	4.126	4.196	4.160	4.135	4.139	4.180	4.143	4.229	4.203	4.210	4.231	4.115	4.068	4.144
	C	4.218	4.306	4.117	4.085	4.113	4.210	4.125	4.194	4.130	4.179	4.213	4.122	4.125	4.283	4.119	4.105	4.133
9	A	8.428	8.106	8.269	8.333	8.314	8.248	8.203	8.278	8.214	8.276	8.143	8.307	8.242	8.288	8.279	8.136	8.322
	B	8.199	8.191	8.255	8.289	8.268	8.308	8.270	8.278	8.238	8.308	8.159	8.256	8.270	8.182	8.259	8.325	8.281
	C	8.106	8.197	8.275	8.066	8.143	8.307	8.316	8.376	8.200	8.410	8.425	8.287	8.293	8.223	8.414	8.253	8.187

## A.12. DESVIOS-PADRÃO DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – PONTO DO PEDIDO

Desvios-Padrão das Demandas Durante o Lead Time (semana) - Ponto do Pedido																		
Exemplo	Série	Simulação																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	A	492	531	551	519	582	556	549	540	532	543	538	521	507	547	578	555	484
	B	546	531	555	540	604	528	548	528	533	505	541	565	552	532	563	514	545
	C	563	551	536	540	548	507	526	539	548	551	525	541	540	589	526	518	577
2	A	712	670	722	765	694	739	706	667	717	692	755	742	718	695	723	743	732
	B	723	686	721	754	737	719	683	715	735	717	699	723	732	714	686	710	732
	C	698	747	714	733	754	753	757	711	746	701	737	741	715	737	698	725	727
3	A	1.172	1.160	1.182	1.166	1.156	1.158	1.181	1.159	1.160	1.176	1.164	1.139	1.162	1.179	1.169	1.120	1.102
	B	1.178	1.161	1.147	1.186	1.140	1.123	1.173	1.163	1.184	1.167	1.174	1.149	1.141	1.141	1.163	1.125	1.168
	C	1.180	1.135	1.165	1.127	1.156	1.137	1.191	1.175	1.106	1.173	1.198	1.126	1.142	1.173	1.117	1.127	1.148
4	A	702	702	679	684	654	716	660	654	740	641	708	674	659	659	667	646	710
	B	743	675	700	723	681	718	667	687	694	643	706	654	692	717	696	637	641
	C	701	664	637	684	642	637	639	680	703	686	681	669	633	692	658	671	681
5	A	934	976	955	954	998	981	1.002	986	961	947	980	1.001	938	935	1.008	977	987
	B	975	953	973	917	961	947	944	992	956	974	961	949	1.013	948	941	978	983
	C	1.003	941	941	1.010	984	930	973	977	909	951	1.016	930	995	974	1.005	983	967
6	A	1.645	1.603	1.677	1.643	1.697	1.661	1.690	1.674	1.614	1.673	1.675	1.685	1.679	1.669	1.659	1.690	1.615
	B	1.643	1.657	1.607	1.620	1.641	1.675	1.628	1.680	1.588	1.690	1.701	1.658	1.617	1.696	1.669	1.619	1.698
	C	1.637	1.662	1.613	1.654	1.672	1.743	1.663	1.643	1.639	1.683	1.683	1.599	1.666	1.671	1.632	1.631	1.632
7	A	829	796	826	779	807	796	848	797	796	789	711	814	800	770	760	787	810
	B	794	791	766	817	778	850	780	749	809	834	796	806	788	767	853	833	762
	C	840	788	753	808	831	772	811	780	822	833	797	806	735	770	724	826	800
8	A	1.157	1.188	1.226	1.189	1.208	1.197	1.196	1.237	1.136	1.168	1.210	1.167	1.187	1.236	1.198	1.161	1.236
	B	1.239	1.258	1.203	1.223	1.210	1.262	1.241	1.196	1.226	1.173	1.214	1.242	1.199	1.207	1.154	1.206	1.185
	C	1.230	1.260	1.228	1.160	1.170	1.189	1.202	1.218	1.228	1.231	1.191	1.166	1.239	1.255	1.135	1.184	1.177
9	A	2.160	2.076	2.066	2.169	2.181	2.090	2.181	2.160	2.182	2.143	2.120	2.157	2.124	2.174	2.164	2.117	2.220
	B	2.105	2.121	2.181	2.208	2.151	2.191	2.129	2.184	2.135	2.150	2.137	2.164	2.117	2.117	2.139	2.180	2.134
	C	2.103	2.043	2.083	2.110	2.042	2.211	2.254	2.123	2.143	2.172	2.106	2.187	2.304	2.216	2.183	2.134	2.072

### A.13. MÉDIAS DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – REVISÃO PERIÓDICA

Médias das Demandas Durante o Lead Time (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	526	590	556	541	568	601	548	543	576	601	584	546	531	587	603	565	546	543
	B	543	533	517	565	560	561	532	544	550	530	570	624	551	527	593	517	569	581
	C	587	581	557	606	557	599	555	559	560	543	555	555	581	559	541	589	512	600
2	A	1.031	1.058	996	1.027	1.025	1.100	1.004	1.009	1.055	1.072	1.089	1.019	1.001	948	1.015	1.050	1.025	986
	B	990	961	984	1.041	1.089	1.040	1.035	1.051	970	1.035	1.044	1.025	1.091	1.042	1.034	1.036	1.088	1.067
	C	1.023	1.057	1.018	968	1.051	1.018	1.016	1.034	1.036	1.046	1.019	1.070	1.097	1.044	1.016	1.080	1.003	1.033
3	A	2.058	2.054	2.031	2.093	2.064	2.067	2.109	2.062	2.058	2.051	2.057	2.026	2.081	2.099	1.967	2.169	1.951	2.014
	B	2.098	1.998	2.062	2.122	2.091	2.080	2.045	2.074	2.095	2.094	2.053	2.122	2.096	2.081	2.077	1.963	1.992	2.110
	C	2.108	2.096	1.939	2.053	2.094	2.072	2.062	2.081	2.045	2.123	2.002	2.115	1.992	2.081	2.066	1.980	2.171	2.023
4	A	1.187	1.151	1.236	1.188	1.185	1.188	1.136	1.180	1.226	1.155	1.200	1.169	1.192	1.137	1.190	1.161	1.218	1.158
	B	1.208	1.158	1.141	1.236	1.266	1.214	1.167	1.174	1.140	1.158	1.146	1.173	1.175	1.172	1.138	1.189	1.183	1.206
	C	1.218	1.256	1.185	1.189	1.163	1.199	1.220	1.169	1.171	1.156	1.118	1.125	1.165	1.189	1.126	1.184	1.131	1.167
5	A	2.285	2.315	2.328	2.247	2.301	2.428	2.318	2.391	2.370	2.361	2.280	2.335	2.325	2.330	2.288	2.360	2.393	2.355
	B	2.256	2.321	2.239	2.292	2.313	2.335	2.264	2.266	2.280	2.271	2.343	2.336	2.364	2.255	2.347	2.275	2.359	2.287
	C	2.376	2.317	2.360	2.239	2.293	2.299	2.337	2.358	2.268	2.273	2.392	2.270	2.304	2.365	2.287	2.312	2.397	2.318
6	A	4.524	4.505	4.571	4.518	4.680	4.599	4.575	4.730	4.528	4.678	4.578	4.540	4.716	4.670	4.505	4.688	4.557	4.697
	B	4.573	4.525	4.574	4.563	4.597	4.695	4.702	4.700	4.664	4.522	4.669	4.710	4.683	4.562	4.587	4.533	4.666	4.600
	C	4.605	4.588	4.768	4.733	4.745	4.678	4.529	4.546	4.548	4.625	4.581	4.593	4.561	4.610	4.440	4.609	4.593	4.579
7	A	2.120	2.098	2.060	2.023	2.107	2.097	2.067	2.026	2.103	2.084	1.986	2.083	2.086	2.029	2.079	2.027	2.134	2.129
	B	2.040	2.151	2.039	2.030	1.901	2.122	2.080	2.038	2.123	2.055	2.039	2.059	2.065	2.079	2.098	1.999	2.110	2.083
	C	2.037	2.025	2.093	2.059	2.041	1.972	2.176	2.048	2.068	2.109	2.021	2.158	2.082	2.013	2.064	2.064	2.043	2.033
8	A	4.111	4.128	4.166	3.970	4.079	4.035	4.107	4.278	4.109	4.073	4.071	4.085	4.127	4.169	4.147	3.943	4.072	4.157
	B	4.112	4.056	4.032	4.089	4.170	4.061	4.080	4.082	4.145	4.103	4.159	4.182	4.170	4.123	4.137	4.106	4.111	4.016
	C	4.161	4.220	4.016	4.144	4.117	4.131	4.115	4.133	4.036	4.121	4.165	4.091	4.089	4.203	4.087	4.113	3.999	4.043
9	A	8.404	8.212	8.256	8.429	8.277	7.998	8.176	8.296	8.256	8.346	8.190	8.224	8.263	8.146	8.303	8.301	8.383	8.208
	B	8.136	8.191	8.152	8.143	8.154	8.387	8.165	8.234	8.257	8.306	8.220	8.233	8.398	8.254	8.204	8.274	8.195	8.237
	C	8.085	8.159	8.249	8.067	8.144	8.265	8.275	8.382	8.159	8.399	8.404	8.242	8.261	8.207	8.395	8.238	8.175	8.312

### A.14. DESVIOS-PADRÃO DAS DEMANDAS DURANTE O LEAD TIME – REVISÃO PERIÓDICA

Desvios-Padrão das Demandas Durante o Lead Time (semana) - Revisão Periódica																			
Exemplo	Série	Simulação																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	A	556	582	550	550	555	610	537	566	562	574	533	546	503	578	541	576	524	549
	B	546	538	565	555	580	566	530	549	570	555	563	587	536	532	584	509	537	582
	C	571	573	552	602	587	572	559	555	557	528	570	574	571	569	532	589	517	579
2	A	746	754	705	701	699	835	766	739	792	762	800	774	751	713	747	787	789	688
	B	749	696	726	755	784	777	752	754	711	714	718	751	781	779	784	748	811	822
	C	738	775	743	752	776	742	744	743	777	749	758	755	801	776	736	790	735	737
3	A	1.184	1.155	1.223	1.156	1.183	1.161	1.221	1.199	1.184	1.127	1.132	1.110	1.197	1.135	1.043	1.215	1.125	1.215
	B	1.205	1.137	1.197	1.229	1.218	1.161	1.156	1.174	1.176	1.150	1.190	1.181	1.202	1.209	1.178	1.114	1.126	1.179
	C	1.177	1.178	1.143	1.114	1.139	1.158	1.174	1.207	1.152	1.261	1.153	1.152	1.117	1.181	1.201	1.100	1.213	1.135
4	A	785	715	720	710	736	706	678	709	736	707	699	727	743	680	697	726	776	698
	B	745	682	731	780	736	697	737	729	705	725	721	707	696	705	708	690	690	694
	C	728	707	734	714	718	692	735	708	761	709	675	693	699	768	696	692	688	708
5	A	1.023	1.007	990	920	1.033	1.029	1.010	1.030	1.011	1.046	1.027	967	975	982	986	1.029	1.012	977
	B	1.000	983	942	957	1.040	1.035	941	977	955	959	951	1.005	1.042	1.001	995	1.040	1.009	1.067
	C	1.070	972	1.006	943	1.015	1.030	1.066	1.006	1.012	978	1.020	1.003	984	1.017	1.000	980	1.040	1.032
6	A	1.667	1.596	1.688	1.650	1.704	1.613	1.656	1.671	1.637	1.697	1.722	1.622	1.700	1.664	1.687	1.702	1.656	1.689
	B	1.657	1.700	1.582	1.637	1.642	1.585	1.724	1.645	1.653	1.646	1.560	1.683	1.587	1.675	1.690	1.569	1.690	1.690
	C	1.681	1.621	1.707	1.635	1.612	1.724	1.712	1.633	1.510	1.628	1.625	1.675	1.693	1.657	1.712	1.720	1.620	1.643
7	A	864	809	852	790	874	850	792	817	783	824	735	810	815	764	809	835	843	868
	B	787	840	799	836	767	877	818	815	847	841	855	838	799	829	825	841	816	841
	C	782	841	827	855	770	771	839	818	820	799	830	809	792	819	822	844	815	806
8	A	1.191	1.158	1.228	1.171	1.227	1.197	1.276	1.228	1.231	1.149	1.265	1.180	1.201	1.256	1.199	1.121	1.170	1.274
	B	1.252	1.217	1.181	1.217	1.200	1.256	1.176	1.226	1.197	1.192	1.318	1.265	1.266	1.168	1.245	1.268	1.252	1.171
	C	1.236	1.217	1.164	1.229	1.180	1.259	1.183	1.230	1.237	1.237	1.189	1.186	1.137	1.317	1.163	1.232	1.164	1.200
9	A	2.226	1.945	2.232	2.184	2.075	2.187	2.066	2.271	2.041	2.079	2.034	2.024	2.186	2.164	2.235	2.171	2.279	2.155
	B	2.025	2.114	2.091	2.221	2.172	2.033	2.245	2.108	2.183	2.220	2.290	2.171	2.365	2.205	2.214	2.197	2.107	2.112
	C	2.109	2.075	2.133	2.106	2.054	2.184	2.256	2.142	2.108	2.200	2.121	2.210	2.291	2.191	2.214	2.217	2.080	2.223